UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2011-2012

FÍSICA

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Debe desarrollar las cuestiones y problemas de una de las dos opciones.
c) Puede utilizar calculadora no programable, ni gráfica ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
d) Cada cuestión o problema se calificará entre 0 y 2,5 puntos (1,25 puntos cada uno de sus apartados).

OPCION A

1. a) Explique las características del campo gravitatorio terrestre.
b) Dos satélites idénticos están en órbita circular alrededor de la Tierra, siendo r_1 y r_2 los respectivos radios de sus Orbitas ($r_1 > r_2$). ¿Cuál de los dos satélites tiene mayor velocidad? ¿Cuál de los dos tiene mayor energía mecánica? Razone las respuestas.

2. a) Explique la teoría de Einstein del efecto fotoeléctrico y el concepto de fotón.
b) Razone por qua la teoría ondulatoria de la luz no permite explicar el efecto fotoeléctrico.

3. Una onda en una cuerda viene descrita por: $y(x, t) = 0{,}5 \cos x \cdot \text{sen}(30\,t)$ (S. I.)
a) Explique qué tipo de movimiento describen los puntos de la cuerda y calcule la máxima velocidad del punto situado en x = 3,5 m.
b) Determine la velocidad de propagación y la amplitud de las ondas cuya superposición darían origen a la onda indicada.

4. Un electrón se mueve con una velocidad de $2 \cdot 10^6$ m s^{-1} y penetra en un campo eléctrico uniforme de 400 $N \cdot C^{-1}$, de igual dirección y sentido que su velocidad.
a) Explique cómo cambia la energía del electrón y calcule la distancia que recorre antes de detenerse.
b) ¿Qué ocurriría si la partícula fuese un positrón? Razone la respuesta. $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg

OPCION B

1. a) Explique la formación de imágenes por un espejo convexo y, como ejemplo, considere un objeto situado entre el centro de curvatura y el foco.
b) Explique las diferencias entre imagen virtual e imagen real. Razone si puede formarse una imagen real con un espejo convexo.

2. a) Explique las características del campo magnético creado por una corriente rectilínea e indefinida.
b) Por dos conductores rectilíneos e indefinidos, dispuestos paralelamente, circulan corrientes eléctricas de la misma intensidad y sentido. Dibuje en un esquema la dirección y sentido de la fuerza sobre cada uno de los conductores.

3. Un cuerpo de 5 kg, inicialmente en reposo, se desliza por un plano inclinado de superficie rugosa que forma un ángulo de 30° con la horizontal, desde una altura de 0,4 m. Al llegar a la base del plano inclinado, el cuerpo continúa deslizándose por una superficie horizontal rugosa del mismo material que el plano inclinado. El coeficiente de rozamiento dinámico entre el cuerpo y las superficies es de 0.3.
a) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en su descenso por el plano inclinado y durante su movimiento a lo largo de la superficie horizontal. ¿A qué distancia de la base del piano se detiene el cuerpo?
b) Calcule el trabajo que realizan todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo durante su descenso por el piano inclinado.

$$g = 10 \text{ m s}^{-2}$$

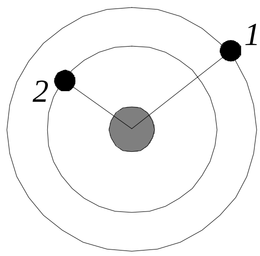
4. Entre unos restos arqueológicos de edad desconocida se encuentra una muestra de carbono en la que sólo queda una octava parte del carbono ^{14}C que contenía originalmente. El periodo de semidesintegración del ^{14}C es de 5730 años.
a) Calcule la edad de dichos restos.
b) Si en la actualidad hay 10^{12} átomos de ^{14}C en la muestra, ¿cuál es su actividad?

OPCIÓN A:

1. a) Explique las características del campo gravitatorio terrestre.
b) Dos satélites idénticos están en órbita circular alrededor de la Tierra, siendo r_1 y r_2 los respectivos radios de sus Orbitas ($r_1 > r_2$). ¿Cuál de los dos satélites tiene mayor velocidad? ¿Cuál de los dos tiene mayor energía mecánica? Razone las respuestas.

a) Esta pregunta puede ser bastante larga, ya que corresponde a un apartado entero del tema de gravitación. En este texto nos limitaremos a enumerar los puntos que se podrían desarrollar, ya que no está claro qué preguntan concretamente.

- Características generales de la interacción gravitatoria, que evidentemente se cumplen para la Tierra, considerada como una esfera de masa $5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg: atractiva, conservativa, central, líneas de campo y superficies equipotenciales, ley de gravitación de Newton…
- Magnitudes vectoriales (fuerza, gravedad) y escalares (potencial, energía potencial). Definición y expresiones para el exterior de la Tierra. Variación de la gravedad con la altura. Gravedad superficial. ¿Variación de la gravedad con la latitud, al no ser la Tierra una esfera perfecta?
- Aproximación de gravedad constante para una altura muy inferior al radio terrestre. La fórmula Epg = mgh frente a la fórmula general. Rango de validez.
- Velocidad de escape de la Tierra.
- Campo en el interior de la Tierra. Aplicación del teorema de Gauss. (¿?)



b) La velocidad de un objeto (satélite) que describe orbitas circulares en torno a un astro central (la Tierra en este caso) debido únicamente a la atracción gravitatoria, se denomina velocidad orbital, y se calcula con la expresión $v_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$ donde M es la masa de la Tierra, r la distancia desde el centro de masas del satélite hasta el centro de la Tierra y G la constante de gravitación universal.

Vemos que, como el primer satélite está a mayor distancia ($r_1 > r_2$), su velocidad orbital será menor, ya que G y M son las mismas en los dos casos.

Conclusión: <u>La velocidad orbital es mayor en el segundo satélite.</u>

La energía mecánica de un satélite es la suma de sus energías cinética y potencial gravitatoria:

$$E_M = Ec + Ep_g = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{GMm}{r}$$ donde m es la masa del satélite

Sabemos que para una órbita circular, la velocidad es constante (velocidad orbital). Así.

$$E_M = Ec + Ep_g = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{\frac{GM}{r}} \right)^2 - \frac{GMm}{r} = \frac{1}{2} \frac{GMm}{r} - \frac{GMm}{r} = -\frac{GMm}{2r}$$

Considerando la expresión obtenida, vemos que a mayor distancia (r), mayor energía mecánica (menor en valor absoluto, peo hay que tener en cuenta el signo -)

Así, <u>el primer satélite poseerá mayor energía mecánica, ya que se encuentra a mayor distancia de la Tierra</u>.

2. a) Explique la teoría de Einstein del efecto fotoeléctrico y el concepto de fotón.
b) Razone por qua la teoría ondulatoria de la luz no permite explicar el efecto fotoeléctrico.

a) Einstein aplicó las hipótesis de Planck sobre la cuantización de la energía para explicar el efecto fotoeléctrico, es decir, la emisión de electrones por parte de un metal al incidir sobre él radiación electromagnética de una determinada frecuencia (frecuencia umbral) o superior. Pero llegó aún más allá en su ruptura con las teorías clásicas. Supuso que no sólo los intercambios de energía están cuantizados, sino que *la propia radiación está constituida por "partículas", llamadas* ***fotones****, que transportan la energía de forma discreta, concentrada en cuantos de energía*. Es decir, supuso un comportamiento corpuscular para la luz, al menos en este fenómeno. El fotón sería, pues, la partícula asociada a la onda electromagnética.

Su masa en reposo es nula y su velocidad en el vacío es $c = 3 \cdot 10^8$ ms^{-1}

La energía de un fotón viene dada por la expresión de Planck $E_f = h \cdot \upsilon$

Su cantidad de movimiento (a partir de la hipótesis de De Broglie) $p = \dfrac{E_f}{c}$

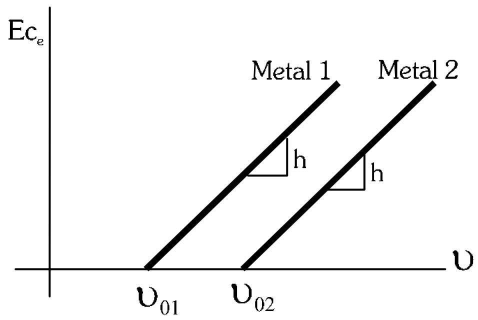
Suponiendo que la luz se comporta como una partícula, al chocar ésta con un electrón, le transmite instantáneamente toda su energía. Evidentemente, esta energía que cede al electrón dependerá de la frecuencia de la radiación.

Así, la energía de un fotón se emplea, en primer lugar, en arrancar al electrón del metal. Esta energía necesaria, que depende del tipo de metal, se denomina **trabajo de extracción** o **función trabajo** (W_{extr}, o Φ_o). También puede definirse como la energía mínima que debe tener el fotón para extraer un electrón del metal. Así, tendremos que $W_{extr} = h \cdot \upsilon_0$, donde υ_0 es la frecuencia umbral característica del metal. (También existe la longitud de onda umbral $\lambda_0 = \dfrac{c}{\upsilon_0}$).

La energía sobrante se emplea en darle energía cinética (velocidad) a los electrones emitidos. De este modo, llegamos a la expresión:

$$E_f = W_{extr} + Ec_e \quad \rightarrow \quad h \cdot \upsilon = h \cdot \upsilon_0 + \tfrac{1}{2} m \cdot v^2$$

También se usa en la forma $Ec_e = h \cdot (\upsilon - \upsilon_0)$



La gráfica de la figura se corresponde con esta última fórmula.

La pendiente de las rectas obtenidas (una distinta para cada metal) es igual a la constante de Planck.

b) La teoría clásica (u ondulatoria) de la luz supone que la luz (las o.e.m, en general) consiste en la trasmisión de una vibración de campos eléctricos y magnéticos a través de un medio que puede ser el vacío. La energía transmitida por esta onda electromagnética se realiza, pues, de forma continua (las partículas, por el contrario, transmiten energía de forma discreta, transportada por la propia partícula).

Suponiendo una transmisión continua de energía, al incidir la radiación sobre el metal, los electrones superficiales del mismo irían absorbiendo continuamente energía, independientemente de la frecuencia de la radiación. Así, más tarde o más temprano el electrón adquiriría energía suficiente para vencerla atracción del núcleo, produciéndose siempre la emisión de electrones.

Sin embargo, lo observado en las experiencias es que existe una frecuencia umbral, una frecuencia mínima por debajo de la cual la radiación no puede provocar la emisión de electrones, por mucho tiempo que esté incidiendo sobre el metal. Este hecho sólo puede explicarse suponiendo que en la interacción radiación-materia, la luz se comporta como partículas (ver el apartado anterior).

Otro aspecto experimental que no puede explicar la teoría ondulatoria de la luz es el hecho de que al suministrar más energía aumentando la intensidad de la luz pero sin variar su frecuencia, consigamos extraer un mayor número de electrones, pero no aumentar la energía cinética de los que se extraen.

3. Una onda en una cuerda viene descrita por: y (x, t) = 0,5 cos x · sen (30 t) (S. I.)
a) Explique qué tipo de movimiento describen los puntos de la cuerda y calcule la máxima velocidad del punto situado en x = 3,5 m.
b) Determine la velocidad de propagación y la amplitud de las ondas cuya superposición darían origen a la onda indicada.

a) La expresión que nos da el problema corresponde a una onda estacionaria (O.E.), ya que las partes espacial (k·x) y temporal (ω·t) aparecen en dos funciones trigonométricas separadas. En este caso, se trata de una O.E. de extremo libre (punto de amplitud máxima en x = 0).

Una O.E. se produce por la superposición (interferencia) de dos ondas viajeras de iguales características (amplitud, periodo, frecuencia, velocidad de propagación…) que se propagan por el mismo medio, en la misma dirección pero en sentidos contrarios. Como consecuencia de esta interferencia obtenemos:
- Cada punto de la cuerda describe un movimiento armónico simple, una vibración cuya amplitud no es única, sino que depende del punto del medio (del desfase entre las ondas que interfieren). Tendremos así puntos con interferencia constructiva y amplitud máxima (2A) o vientres, puntos con interferencia destructiva y amplitud cero (nodos), y puntos con amplitud intermedia. La expresión para la amplitud en este caso es
A (x) = 0,5 cos x (m)
Para x = 0 m, cosx = 1, con lo que la amplitud es máxima = 0,5 m (extremo libre).
- La expresión general sería $y\ (x, t) = 2A \cos kx \cdot sen\ (\omega t)$ (S. I.) donde A = 0,25 m, k = 1 rad/m y ω = 30 rad/s, son la amplitud, número de onda y frecuencia angular de las ondas superpuestas.
- La propagación neta de energía es nula, ya que tenemos dos ondas transmitiendo la misma cantidad de energía por segundo en sentidos puestos. La velocidad de propagación de la O.E. es, por tanto, cero.

La velocidad de un punto de la cuerda (velocidad de vibración), depende del punto x y del instante t, y viene dada por la expresión

$$v_y = \frac{dy_{(x,t)}}{dt} = 0{,}5 \cdot \cos x \cdot 30 \cdot \cos(30t) = 15 \cdot \cos x \cdot \cos(30t)\ (m/s)$$

La velocidad es máxima (en valor absoluto) cuando $\cos(30t) = \pm 1$, es decir $v_{ymax} = |15 \cdot \cos x|\ (m/s)$

Sustituyendo x = 3,5 m (*y poniendo la calculadora en radianes*) obtenemos $v_{ymax} = 14{,}05\ m/s$

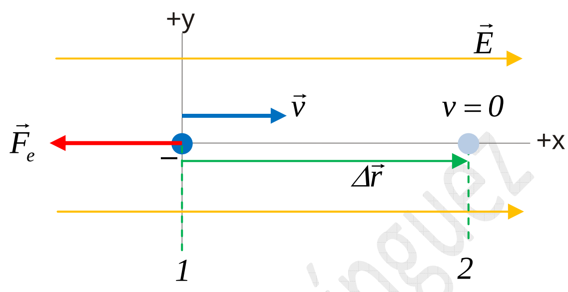
b) Como se ha explicado arriba, la O.E. se origina por la superposición de dos ondas viajeras de iguales características. En este caso, la expresión general sería $y\ (x, t) = 2A \cos kx \cdot sen\ (\omega t)$ (S. I.), donde
A = 0,25 m, k = 1 rad/m y ω = 30 rad/s, son la amplitud, número de onda y frecuencia angular de las ondas superpuestas.
La velocidad de propagación de las ondas viajeras puede calcularse con la expresión

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{30\ rad/s}{1\ rad/m} = 30\ m/s$$

Solución: Amplitud de las ondas viajeras: A = 0,25 m.
Velocidad de propagación de las ondas viajeras: 30 m/s

4. Un electrón se mueve con una velocidad de 2 $\cdot 10^6$ m s^{-1} y penetra en un campo eléctrico uniforme de 400 N·C^{-1}, de igual dirección y sentido que su velocidad.
a) Explique cómo cambia la energía del electrón y calcule la distancia que recorre antes de detenerse.
b) ¿Qué ocurriría si la partícula fuese un positrón? Razone la respuesta. e= 1,6·10^{-19}C; m= 9,1 ·10^{-31} kg

a) Un electrón es una partícula cargada negativamente. Por lo tanto, al estar dentro de un campo eléctrico uniforme, sufrirá una fuerza eléctrica dada por la expresión $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E} = -e \cdot \vec{E}$
La fuerza tendrá, entonces, la misma dirección que el campo, pero en sentido contrario.
De esta forma, como el problema nos dice que el sentido de la velocidad es el mismo que el del campo, la fuerza (y por tanto la aceleración sufrida por el electrón) irá en sentido contrario a la velocidad. Como consecuencia, el movimiento del electrón irá frenando hasta detenerse. Posteriormente volverá a acelerar en sentido contrario al que traía.



Durante este movimiento de frenado las energías asociadas al electrón son:
Energía cinética: $Ec = \frac{1}{2}mv^2$. Debida al movimiento. Disminuye hasta hacerse cero durante el frenado, al disminuir la velocidad
Energía potencial eléctrica: $Ep_e = q \cdot V$. Debida a la acción de la fuerza eléctrica. Aumenta, debido a que la fuerza eléctrica realiza un trabajo negativo (va en contra del desplazamiento). $\Delta Ep_e = -W_{F_e} = -\vec{F}_e \cdot \Delta\vec{r}$
Energía mecánica: $E_M = Ec + Ep_e$ Se mantiene constante, ya que no hay fuerzas no conservativas aplicadas.
En resumen, se produce una transformación de energía cinética en energía potencial eléctrica, manteniéndose constante la energía mecánica.

Podemos calcular la distancia recorrida hasta detenerse de varias formas. La más corta, a nuestro entender, consiste en aplicar el teorema trabajo-energía cinética:

$$\Delta Ec = W_{TOT} = W_{Fe} = \vec{F}_e \cdot \Delta\vec{r} = Fe \cdot \Delta r \cdot \cos 180^o = |q \cdot E| \cdot \Delta r \cdot (-1) = -e \cdot E \cdot \Delta r = Ec_2 - Ec_1$$

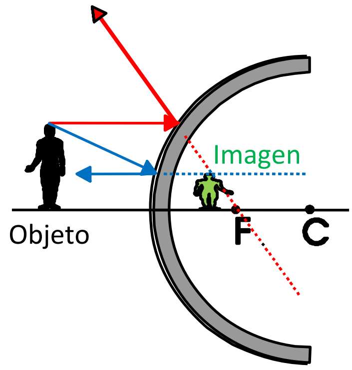
Así, $-e \cdot E \cdot \Delta r = 0 - \frac{1}{2}mv^2 \quad \rightarrow \quad \Delta r = \dfrac{mv^2}{2 \cdot e \cdot E} = 0{,}028\ m$ recorre hasta detenerse.

Otras formas de calcular la distancia:
- Aplicar el principio de conservación de la energía mecánica. Ya que E_M = *cte*, $\Delta Ec = -\Delta Ep_e = W_{Fe}$, y tendríamos la misma situación anterior.
- Aplicar la conservación de la energía mecánica, usando la fórmula de la energía potencial $Ep_e = q \cdot V$, con lo que $\Delta Ec = -\Delta Ep_e = -q(V_2 - V_1) = -(-e) \cdot (-E \cdot \Delta r) \quad \rightarrow \quad 0 - \frac{1}{2}mv^2 = -e \cdot E \cdot \Delta r$ llegando al mismo resultado
- Calcular la aceleración que sufre el electrón aplicando la 2º ley de Newton ($\vec{a} = \dfrac{\Sigma\vec{F}}{m}$) y posteriormente resolver el movimiento uniformemente acelerado, con velocidad inicial $v_0 = 2 \cdot 10^6\ ms^{-1}$ y velocidad final nula.

b) Un positrón (e^+) es la antipartícula del electrón. Posee la misma masa que el electrón, pero carga positiva (de igual valor absoluto). Por lo tanto, un positrón sufriría una fuerza (y una aceleración) de igual módulo que en el caso del electrón, y en este caso **en la misma dirección y sentido** que la velocidad, por lo que el movimiento del positrón sería cada vez más rápido, la energía cinética aumentaría a costa de una disminución de la energía potencial eléctrica (ahora la fuerza eléctrica realizaría un trabajo positivo), mientras que la energía mecánica, como en el caso anterior, se mantendría constante ya que la única fuerza presente, la eléctrica, es conservativa.
En este caso, el positrón no se detendría.

OPCIÓN B:

1. **a) Explique la formación de imágenes por un espejo convexo y, como ejemplo, considere un objeto situado entre el centro de curvatura y el foco.**
   b) Explique las diferencias entre imagen virtual e imagen real. Razone si puede formarse una imagen real con un espejo convexo.



Un espejo convexo (como el espejo retrovisor exterior de un coche, o los que encontramos en las esquinas de las calles o en los supermercados) posee su centro de curvatura hacia la parte "interior" del espejo, y el foco F en el punto medio entre la superficie del espejo y el centro C (ver la figura).

Aplicando las reglas de trazado de rayos:
- Un rayo paralelo al eje óptico que incida sobre el espejo, se refleja de forma que su prolongación pasa por el foco F (rayo rojo)
- Un rayo que incida sobre el espejo apuntando hacia el foco F, se refleja paralelo al eje óptico (rayo azul).

Estos rayos divergen, no convergen en ningún punto, por lo que la imagen no será real, sino virtual. Ambos rayos "parecen venir" de un punto situado dentro del espejo. Prolongando los rayos llegamos al punto donde se sitúa la imagen. Con el resto de los puntos que componen el objeto se procedería de la misma forma, hasta conseguir la imagen.

Como vemos, un espejo convexo siempre producirá una imagen virtual, derecha y de menor tamaño que el objeto, se coloque éste donde se coloque. Donde no puede colocarse de ninguna forma es donde nos dice la cuestión, entre el centro de curvatura y el foco, ya que el objeto estaría literalmente **dentro** del espejo, lo cual es imposible (*a menos, claro, que seamos uno de los personajes de "Alicia a través del espejo" de Lewis Carroll, y estemos buscando al caradehuevo Humpty Dumpty, pero no creo que vayan por ahí los tiros…*)

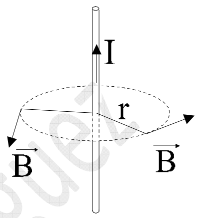
(AHORA EN SERIO. NO ES DE RECIBO QUE UN EXAMEN QUE SE SUPONE HA SIDO PROPUESTO POR UNA COMISIÓN DE VARIOS MIEMBROS Y APROBADO POR NOSECUÁNTAS COMISIONES MÁS, TENGA UN ERROR DE ESTAS CARACTERÍSTICAS, QUE PRODUCE CONFUSIÓN Y NERVIOSISMO EN UNOS ALUMNOS QUE LLEVAN YA DOS DÍAS DE ESTRÉS EN EXÁMENES CRUCIALES PARA SU FUTURO.
Alguno me comentaba al final del examen que, como veía que no podía ser, pensó que se habría liado y estaba confundiendo cóncavo con convexo, con lo que hizo la cuestión (mal) con un espejo en realidad cóncavo. ¿Tendrán esto en cuenta al corregir? Puede que tiren por la calle de en medio y no tengan en cuenta la opción a), o que la puntúen correcta mientras no se haya puesto una barbaridad, pero lo que está claro es que el tiempo perdido y la inseguridad creada de cara al resto de las cuestiones (esa era la más fácil) no hay forma de tenerlos en cuenta. Pero seguro que no PASSSSSA nada)

b) Como se ha comentado en el apartado anterior, la imagen es real si los rayos que provienen de un punto del objeto, al salir del sistema óptico (lentes, espejos…) convergen en un punto. Si colocamos una pantalla en ese punto, veremos la imagen, si colocamos una película fotográfica, obtendremos una fotografía enfocada.(Ejemplos: proyector de video o diapositivas, cámara de fotos, ojo…)
Po el contrario, una imagen virtual se produce cuando los rayos que salen del sistema óptico no convergen, sino que divergen de un punto. "Parece" que vienen de un punto, prolongando los rayos, que es donde se sitúa la imagen.(Ejemplos: una lupa con el objeto entre el foco y la lente, un espejo convexo, una lente divergente…) Para hacer converger esos rayos es necesario otro sistema óptico (el ojo, una cámara)

En un espejo convexo, los rayos reflejados siempre divergen, con lo que la imagen siempre será virtual. Es imposible producir una imagen real con un espejo convexo (no hay más que ir por la calle y mirarse en el retrovisor de un coche aparcado.)

2. a) Explique las características del campo magnético creado por una corriente rectilínea e indefinida.
b) Por dos conductores rectilíneos e indefinidos, dispuestos paralelamente, circulan corrientes eléctricas de la misma intensidad y sentido. Dibuje en un esquema la dirección y sentido de la fuerza sobre cada uno de los conductores.

a) Un conductor rectilíneo por el que circula corriente eléctrica de intensidad I crea a su alrededor un campo magnético debido al movimiento de las cargas eléctricas. Dicho campo $\vec{B}$ tiene como características:



Su módulo viene dado por $B = \dfrac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r}$ (obtenido aplicando la ley de Ampère o la de Biot-Savart)

Dirección: Perpendicular al movimiento de las cargas eléctricas (corriente)
Perpendicular al vector $\vec{r}$ (distancia desde la corriente al punto considerado)

Sentido: Dado por la regla del sacacorchos (o de la mano derecha) al girar el sentido de la corriente sobre el vector $\vec{r}$.

b) Los dos conductores situados paralelamente y con las corrientes en idéntico sentido ejercen entre sí fuerzas magnéticas de atracción dadas por la ley de Laplace.

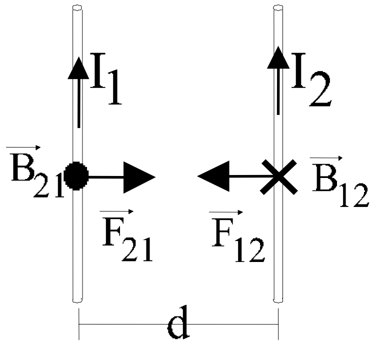
Explicación:

La corriente I_1 crea un campo B_{12} en la zona donde está el conductor 2
La corriente I_2 crea un campo B_{21} en la zona donde está el conductor 1.

La fuerza que ejerce el conductor 1 sobre el 2 $\vec{F}_{12} = I_2 \cdot \vec{L_2} \wedge \vec{B_{12}}$

La fuerza que ejerce el conductor 2 sobre el 1 $\vec{F}_{21} = I_1 \cdot \vec{L_1} \wedge \vec{B_{21}}$

Las direcciones y sentidos vienen dadas por la regla de la mano derecha.



$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ $\qquad F_{12} = I_2 \cdot L_2 \cdot B_{12} = I_2 \cdot L \cdot \dfrac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot d} = L \cdot \dfrac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d} = F_{21}$

Calculando fuerza por unidad de longitud $f_{12} = \dfrac{F_{12}}{L} = \dfrac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d} = f_{21}$

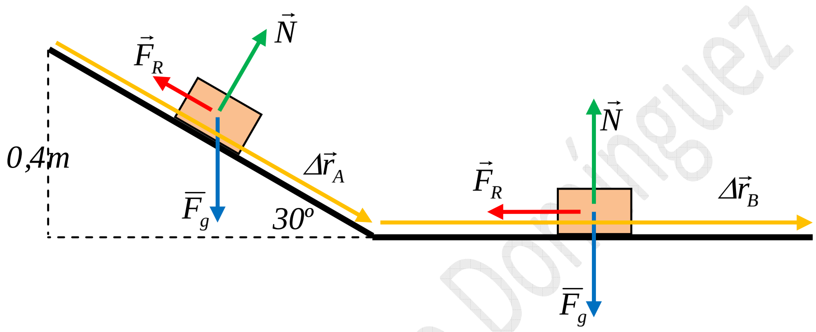
Como las dos corrientes son de igual intensidad $f_{12} = \dfrac{F_{12}}{L} = \dfrac{\mu_0 \cdot I^2}{2\pi \cdot d} = f_{21}$

3. Un cuerpo de 5 kg, inicialmente en reposo, se desliza por un plano inclinado de superficie rugosa que forma un ángulo de 30° con la horizontal, desde una altura de 0,4 m. Al llegar a la base del plano inclinado, el cuerpo continúa deslizándose por una superficie horizontal rugosa del mismo material que el plano inclinado. El coeficiente de rozamiento dinámico entre el cuerpo y las superficies es de 0.3.

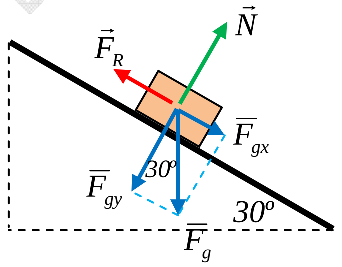
a) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en su descenso por el plano inclinado y durante su movimiento a lo largo de la superficie horizontal. ¿A qué distancia de la base del plano se detiene el cuerpo?

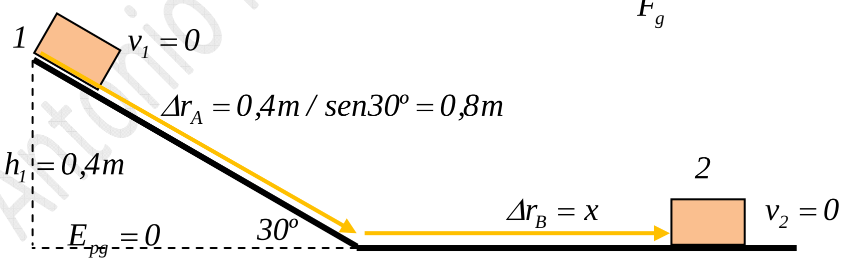
b) Calcule el trabajo que realizan todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo durante su descenso por el plano inclinado. g = 10 m s^{-2}

a) Sobre el bloque actuarán, durante todo el movimiento, las siguientes fuerzas, dibujadas en el esquema:



- Fuerza gravitatoria (peso):
  Fg = m·g = 5 kg · 10 N/kg = 50 N.
- Normal: Debida al contacto con la superficie. Compensa las componentes perpendiculares al plano de las fuerzas aplicadas.
  · En el plano inclinado $N = Fg_y = m{\cdot}g{\cdot}\cos\alpha = 43{,}3\ N$
  · En la superficie horizontal: $N = Fg = 50\ N$
- Fuerza de rozamiento dinámica: Debida a la rugosidad de la superficie. En este ejercicio se opone al desplazamiento. $F_R = \mu \cdot N$
  · En el plano inclinado: $F_R = 0{,}3 \cdot 43{,}3\ N = 12{,}99\ N$
  · En la superficie horizontal: $F_R = 0{,}3 \cdot 50\ N = 15\ N$





Para calcular la distancia que recorre por la superficie horizontal hasta detenerse, aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica, teniendo en cuenta que actúa una fuerza no conservativa, el rozamiento, que realiza trabajo (la normal es no conservativa también, pero no realiza trabajo al ser perpendicular al desplazamiento). Por lo tanto, la energía mecánica cambiará y su variación será igual al trabajo realizado por las fuerzas no conservativas.

$\Delta E_M = E_{M2} - E_{M1} = W_{FNC} = W_{FR} + W_N$ → $E_{M2} - E_{M1} = W_{FR}$

$E_M = E_c + E_{pg}$ *consideramos el origen de E_{pg} en la parte baja del plano (h = 0 m)*

La situación inicial será aquella en que el bloque está en reposo en la parte alta del plano inclinado (h = 0,4 m).
La energía mecánica en esta situación 1 es:
$E_{M1} = E_{c1} + E_{pg1} = 0 + m{\cdot}g{\cdot}h_1 = 20\ J$

La situación final es aquella en la que el bloque ya se ha detenido, después de haber recorrido una distancia x por la superficie horizontal (h = 0 m). La energía mecánica será entonces
$E_{M2} = E_{c2} + E_{pg2} = 0 + m{\cdot}g{\cdot}h_2 = 0\ J$

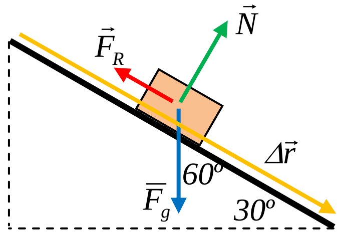
El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento: lo calculamos en dos partes:
Plano inclinado (A): $W_{FR\,A} = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha = 12{,}99N \cdot 0{,}8m \cdot \cos 180º = -10{,}39\ J$
Tramo horizontal (B): $W_{FR\,B} = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha = 15N \cdot x \cdot \cos 180º = -15 \cdot x\ (J)$

En total:
$E_{M2} - E_{M1} = W_{FR}$ → $0\ J - 20\ J = -10{,}39\ J - 15 \cdot x$ →

→ <u>*x = 0,64 m recorre por la superficie horizontal hasta detenerse*</u>

b) Dividimos el desplazamiento en dos tramos: el inclinado y el horizontal.
Vemos que, en cada tramo, las fuerzas aplicadas se mantienen constantes durante ese desplazamiento. Por lo tanto, podemos aplicar la expresión

$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha$ Así :



En el tramo inclinado : $\Delta r = h/sen30º = 0,8\ m$

$$W_{Fg} = Fg \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha = 50N \cdot 0,8m \cdot \cos 60º = 20\ J$$

$$W_N = N \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha = 43,3N \cdot 0,8m \cdot \cos 90º = 0\ J$$

$$W_{FR} = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha = 12,99N \cdot 0,8m \cdot \cos 180º = -10,39\ J$$

Trabajo total: $W_{Fg} + W_N + W_{FR} = 20\ J - 10,39\ J = 9,61\ J$

4. Entre unos restos arqueológicos de edad desconocida se encuentra una muestra de carbono en la que sólo queda una octava parte del carbono ^{14}C que contenía originalmente. El periodo de semidesintegración del ^{14}C es de 5730 años.

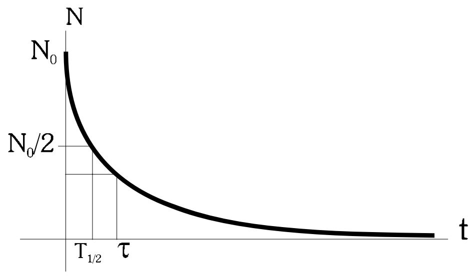
a) Calcule la edad de dichos restos.

b) Si en la actualidad hay 10^{12} átomos de ^{14}C en la muestra, ¿cuál es su actividad?

Nos encontramos ante una cuestión de radiactividad, emisión de partículas por parte de núcleos inestables, que se transforman en otros núcleos distintos.

(Nota, no necesaria pero sí útil: El ^{14}C es un isótopo radiactivo del carbono presente en la naturaleza en una proporción muy pequeña, aunque medible. En los restos arqueológicos, normalmente este ^{14}C proviene de restos de seres vivos. Durante su vida, el ser vivo intercambia carbono con el medio, con lo que la proporción de ^{14}C se mantiene constante. Al morir, ya no incorpora más carbono, con lo que esta cantidad disminuye con el tiempo. Sufre desintegración beta, transformándose en ^{14}N y desprendiendo un electrón y un antineutrino)

a) El periodo de semidesintegración, $T_{½}$, indica el tiempo que tarda una cierta cantidad de sustancia radiactiva en reducirse a la mitad, es decir, el tiempo que transcurre hasta la desintegración (transmutación) de la mitad de núcleos que teniamos inicialmente. De este modo, al cabo de un periodo de semidesintegración, quedará la mitad de la muestra original, al cabo de dos veces el $T_{½}$, quedará la cuarta parte, al cabo de tres $T_{½}$, la octava parte, que es la situación que nos dice el problema.



Por lo tanto, el tiempo transcurrido para que quede la octava parte de los núcleos iniciales (y por tanto, la edad de los restos) es de 3 · 5730 años = <u>17190 años = 5,42 ·10^{11} s</u>

b) Por actividad de una muestra radiactiva entendemos el número de desintegraciones que tienen lugar en la unidad de tiempo. Mide el ritmo de desintegración de la sustancia. En el S.I. se mide en Becquerel (Bq). 1 Bq = 1 desintegración por segundo.

La actividad depende del tipo de sustancia y de la cantidad (el nº de átomos) que tengamos en un instante determinado. Se calcula con la expresión: $\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N$

Calculamos λ, la constante radiactiva del radio, a partir del periodo de semidesintegración $T_{½}$ = 5730 años = 1,807· 10^{11} s.

λ y $T_{½}$ están relacionados a través de la vida media τ. $\tau = \frac{1}{\lambda}$ $T_{\frac{1}{2}} = \tau \cdot \ln 2$

Por tanto $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} = 3,836 \cdot 10^{-12}\ s^{-1}$

Como el número de átomos es de 10^{12}, sustituyendo en la expresión de la actividad

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N = -3,836\ Bq$$

Es decir, la cantidad de ^{14}C presente en la muestra se reduce actualmente a un ritmo de <u>3,836 desintegraciones por segundo.</u>