

Energía mecánica y trabajo

1.- Un cuerpo se encuentra en reposo en un plano horizontal en el que el coeficiente de rozamiento es $\mu = 0,1$. Un niño decide empujarlo con una fuerza de 7 N en la dirección del plano. Si la masa del cuerpo es de 5 kg y el niño aplica la fuerza durante 8 s, calcula el trabajo realizado por el niño.

2.- Un cuerpo de 4 kg entra a 5 m/s en un plano horizontal con coeficiente de rozamiento $\mu = 0,1$. A partir de ese momento actúan sobre el cuerpo una fuerza horizontal que realiza un trabajo de 80 J, y la fuerza de rozamiento, que realiza un trabajo de -50 J. Calcula:

- a) La velocidad final del cuerpo.
- b) El espacio recorrido.

3.- Un cuerpo de 10 kg de masa llega a la base de un plano inclinado a una velocidad de 15 m/s. La inclinación del plano es de 30° y no existe rozamiento entre el cuerpo y el plano.

- a) Calcula la distancia que recorrerá el cuerpo por el plano antes de detenerse.
- b) ¿Qué velocidad tiene el cuerpo en el momento en que la energía cinética y la potencial adquirida en el ascenso del cuerpo son iguales?

4.- Un coche circula a la velocidad de 90 km/h durante un tramo recto de 800 m. Calcula la potencia desarrollada por el motor del coche si la masa del coche es de 1000 kg y el coeficiente de rozamiento entre el suelo y las ruedas es $\mu = 0,2$.

5.- Leire ha lanzado una piedra de 100 g con una velocidad inicial de 3 m/s para que deslice por un plano horizontal. Si el coeficiente de rozamiento entre la piedra y el plano es 0,2, calcula la distancia recorrida por la piedra.

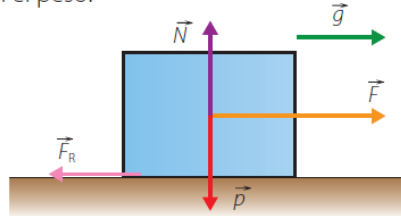
a) Aplicando la segunda ley de Newton.

b) Mediante razonamientos energéticos.

Un cuerpo se encuentra en reposo en un plano horizontal en el que el coeficiente de rozamiento es $\mu = 0,1$. Un niño decide empujarlo con una fuerza de 7 N en la dirección del plano. Si la masa del cuerpo es de 5 kg y el niño aplica la fuerza durante 8 s, calcula el trabajo realizado por el niño.

Planteamiento y resolución

La suma vectorial de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo de masa $m = 5$ kg es igual al producto de su masa por su aceleración, que es horizontal. De la componente vertical del sistema de fuerzas se deduce que la normal coincide con el peso.



La componente horizontal establece:

$$m a = F - F_R = F - \mu \cdot N = F - \mu \cdot m g \rightarrow \\ \rightarrow 5 \text{ kg} \cdot a = 7 \text{ N} - 0,1 \cdot 5 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \rightarrow a = 2,1 \text{ m/s}^2$$

El cuerpo, que parte del reposo y describe un movimiento uniformemente acelerado durante 8 s, recorre un espacio igual a:

$$\Delta s = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2,1 \text{ m/s}^2 \cdot (8 \text{ s})^2 = 67,2 \text{ m}$$

El trabajo que realiza una fuerza constante en un desplazamiento rectilíneo es el producto escalar de la fuerza por el vector desplazamiento:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{s}$$

Como fuerza y desplazamiento ocurren en la misma dirección y sentido:

$$W = F \cdot \Delta s \cdot \cos 0^\circ = 7 \text{ N} \cdot 67,2 \text{ m} \cdot 1 = 470,4 \text{ J}$$

Un cuerpo de 4 kg entra a 5 m/s en un plano horizontal con coeficiente de rozamiento $\mu = 0,1$. A partir de ese momento actúan sobre el cuerpo una fuerza horizontal que realiza un trabajo de 80 J, y la fuerza de rozamiento, que realiza un trabajo de -50 J. Calcula:

- La velocidad final del cuerpo.
- El espacio recorrido.

Planteamiento y resolución

- a) El teorema de las fuerzas vivas, o de la energía cinética, asegura que la suma de los trabajos que realizan las fuerzas aplicadas sobre un cuerpo es igual a la variación de energía cinética. Si llamamos W al trabajo realizado por la fuerza, 80 J, y W_R al trabajo realizado por la fuerza de rozamiento, -50 J, se tiene que:

$$W + W_C = \Delta E_C \rightarrow W + W_C = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \rightarrow 80 \text{ J} - 50 \text{ J} = \frac{1}{2} \cdot 4v_f^2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \text{ kg} \cdot (5 \text{ m/s})^2$$

Por tanto:

$$v_f = 6,32 \text{ m/s}$$

- b) El cuerpo se desliza sobre un plano horizontal, y la fuerza que se aplica sobre el cuerpo también es horizontal. Así, los dos únicas fuerzas verticales son peso y normal, iguales en módulo y de sentidos opuestos.

$$N = mg$$

El módulo de la fuerza de rozamiento es, por tanto:

$$F = \mu \cdot N = \mu \cdot mg = 0,1 \cdot 4 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 39,2 \text{ N}$$

Y el trabajo que realiza esta fuerza, que se opone al movimiento es:

$$W = F \cdot \Delta s \cdot \cos 180^\circ = -F \cdot \Delta s \rightarrow -50 = -39,2 \text{ N} \cdot \Delta s \rightarrow \Delta s = 1,28 \text{ m}$$

El espacio que recorre el cuerpo durante la aplicación de la fuerza horizontal es 128 cm.

Un cuerpo de 10 kg de masa llega a la base de un plano inclinado a una velocidad de 15 m/s. La inclinación del plano es de 30° y no existe rozamiento entre el cuerpo y el plano.

- Calcula la distancia que recorrerá el cuerpo por el plano antes de detenerse.
- ¿Qué velocidad tiene el cuerpo en el momento en que la energía cinética y la potencial adquirida en el ascenso del cuerpo son iguales?

Planteamiento y resolución

- El principio de conservación de la energía mecánica afirma que cuando sobre un sistema actúan solo fuerzas conservativas, la energía mecánica total se conserva. Para el cuerpo del enunciado se tiene, por tanto, que:

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0 \rightarrow \left(\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \right) + mg \cdot \Delta h = 0 \rightarrow$$
$$\rightarrow v_f^2 - v_0^2 + 2g \cdot \Delta h = 0 \rightarrow 0^2 - (15 \text{ m/s})^2 + 2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot \Delta h = 0 \rightarrow \Delta h = 45,9 \text{ m}$$

Como el plano está inclinado 30°, una altura de 45,9 m corresponde a una distancia recorrida, s , igual a:

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{\Delta h}{s} \rightarrow 0,5 = \frac{45,9 \text{ m}}{s} \rightarrow s \simeq 92 \text{ m}$$

La distancia que recorre el cuerpo por el plano antes de detenerse es de 92 m.

- Inicialmente toda la energía mecánica del cuerpo es energía cinética. En el instante en que la energía cinética se iguala con la energía potencial, ambas deben ser la mitad de la energía, cinética, inicial. Sea v_m la velocidad que tiene el cuerpo en ese momento, entonces:

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}mv_0^2 \right) \rightarrow v_m^2 = \frac{1}{2}v_0^2 \rightarrow v_m = \frac{1}{\sqrt{2}}v_0 = \frac{15 \text{ m/s}}{\sqrt{2}} = 10,61 \text{ m/s}$$

Cuando la velocidad del cuerpo es 10,61, m/s la mitad de su energía cinética se ha transformado en energía potencial.

Un coche circula a la velocidad de 90 km/h durante un tramo recto de 800 m. Calcula la potencia desarrollada por el motor del coche si la masa del coche es de 1000 kg y el coeficiente de rozamiento entre el suelo y las ruedas es $\mu = 0,2$.

SOLUCIÓN

El motor ejerce una fuerza sobre el coche igual a la fuerza de rozamiento para mantener su movimiento uniforme:

$$0 = \vec{F} + \vec{F}_R \rightarrow 0 = F - \mu \cdot m \cdot g \rightarrow F = \mu \cdot m \cdot g = 0,2 \cdot 1000 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 1960 \text{ N}$$

El trabajo que desarrolla esa fuerza durante los 800 m que dura el desplazamiento es:

$$W = F \cdot \Delta s = 1960 \text{ N} \cdot 800 \text{ m} = 1\,568\,000 \text{ J}$$

El tiempo que el coche mantiene su movimiento uniforme es:

$$t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{800 \text{ m}}{25 \text{ m/s}} = 32 \text{ s}$$

Por tanto, la potencia del motor durante ese tiempo es:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{1\,568\,000 \text{ J}}{32 \text{ s}} = 49\,000 \text{ W}$$

3. EJERCICIO RESUELTO

Leire ha lanzado una piedra de 100 g con una velocidad inicial de 3 m/s para que deslice por un plano horizontal. Si el coeficiente de rozamiento entre la piedra y el plano es 0,2, calcula la distancia recorrida por la piedra.

a) Aplicando la segunda ley de Newton.

b) Mediante razonamientos energéticos.

SOLUCIÓN

a) Las fuerzas que actúan sobre la piedra son el peso, la normal y la fuerza de rozamiento. La normal compensa el peso, y la fuerza de rozamiento induce una aceleración al cuerpo contraria al movimiento:

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F}_R \rightarrow m \cdot a = \mu \cdot m \cdot g \rightarrow a = \mu \cdot g = 0,2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 1,96 \text{ m/s}^2$$

El cuerpo sometido a una aceleración contraria a su movimiento frena hasta parar en un tiempo t :

$$v = v_0 - a \cdot t \rightarrow 0 = 3 \text{ m/s} - 1,96 \text{ m/s}^2 \cdot t \rightarrow t = 1,53 \text{ s}$$

Durante ese tiempo recorre un espacio s :

$$\Delta s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} a t^2 = 3 \text{ m/s} \cdot 1,53 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 1,96 \text{ m/s}^2 \cdot 1,53^2 \text{ s}^2 = 2,30 \text{ m}$$

La distancia que recorre la piedra hasta parar es de 2 m y 30 cm.

b) La piedra tiene una energía cinética inicial:

$$E_0 = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,1 \text{ kg} \cdot 3^2 \text{ (m/s)}^2 = 0,45 \text{ J}$$

Sin embargo, su energía cinética final es cero; y, por tanto:

$$\Delta E = E_f - E_0 = -0,45 \text{ J}$$

El teorema de las fuerzas vivas (o de la energía cinética) asegura que el trabajo que realiza la resultante es igual a la variación de energía cinética. La resultante coincide con la fuerza de rozamiento (el peso y la normal son iguales y de sentido contrario), que es constante. El trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es negativo, porque es una fuerza de sentido contrario a la velocidad de la piedra:

$$W = F_R \cdot \Delta s \cdot \cos 180^\circ = \mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta s \cdot \cos 180^\circ = 0,2 \cdot 0,1 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot \Delta s \cdot (-1) = -0,196 \cdot \Delta s$$

Como este trabajo ha de ser igual a la variación de energía se tiene que:

$$-0,196 \cdot \Delta s = -0,45 \rightarrow s = 2,30 \text{ m}$$

La distancia que recorre la piedra hasta parar es de 2 m y 30 cm.

