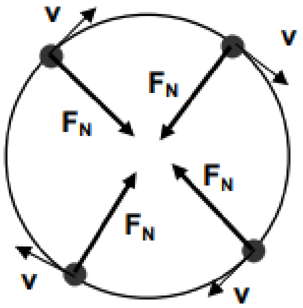
Dinámica del movimiento circular uniforme

Para que un punto describa un movimiento circular uniforme se requiere que la dirección del vector velocidad varíe continuamente. ***Un movimiento de este tipo tiene, por tanto, aceleración normal o centrípeta.***



Según la segunda ley de Newton las causas de las aceleraciones son las fuerzas. Por tanto, ***para que un punto describa un movimiento circular y uniforme, debe de existir una fuerza (responsable de la aceleración centrípeta) que apunte continuamente hacia el centro, la fuerza centrípeta.***

En un movimiento circular y uniforme debe cumplirse por tanto:

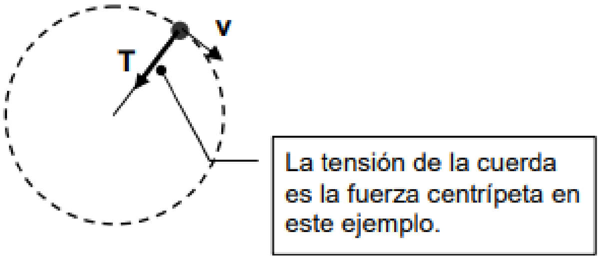
$$\left.\begin{aligned} F_N &= m\, a_N \\ a_N &= \frac{v^2}{R} = \omega^2\, R \end{aligned}\right\} \quad \boxed{F_N = m\,\frac{v^2}{R} = m\,\omega^2\, R}$$

La fuerza centrípeta no es una fuerza adicional. Hace este papel alguna de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo y que se pueden deducir a partir de la consideración de las acciones ejercidas.

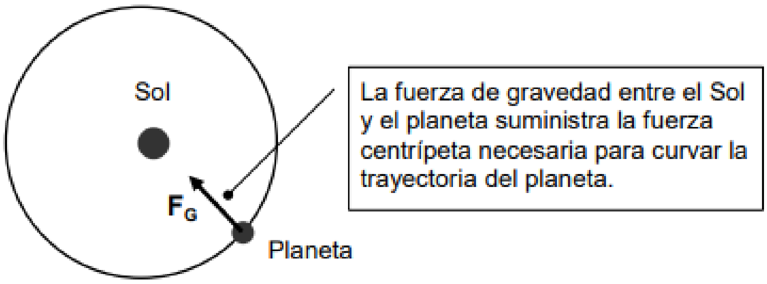
Algunos ejemplos:

- Una bola que gira sobre una mesa atada a una cuerda, describe una circunferencia gracias a la tensión de la cuerda que apunta constantemente hacia el centro (fuerza centrípeta). Esta fuerza es la responsable del continuo cambio en la dirección del vector velocidad.

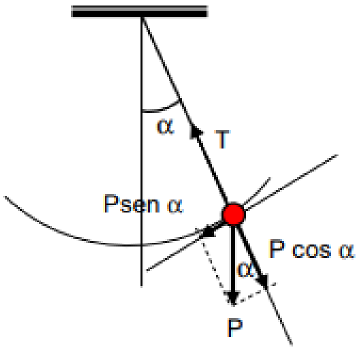
Vista cenital (tomada desde arriba) de una bola que gira sobre una mesa atada a una cuerda



- Los planetas orbitan alrededor del Sol en órbitas aproximadamente circulares. La fuerza centrípeta responsable de esta trayectoria es la fuerza de atracción gravitatoria entre el Sol y los planetas. Esta fuerza está dirigida siempre hacia el centro (aproximado) de la órbita.



- Cuando un péndulo oscila, describe un arco debido a la fuerza centrípeta resultante de la tensión y la componente del peso que actúa según esa dirección. La otra componente del peso está dirigida en la dirección de la tangente y es la responsable de la aceleración tangencial (de ahí que el péndulo describa el arco con velocidad variable en módulo).

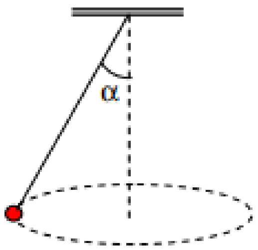


$F_N = T - P\cos\alpha$ Fuerza normal o centrípeta

$Ft = P\ \mathrm{sen}\alpha$ Fuerza tangencial

Ejemplo 5

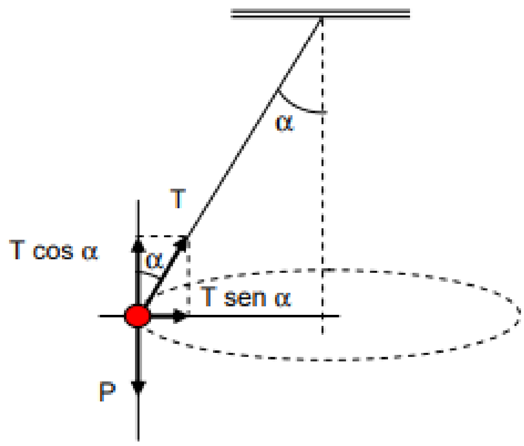
La figura muestra un montaje conocido con el nombre de "péndulo cónico". Una pequeña esfera colgada de un hilo describe una circunferencia horizontal. Analizar las fuerzas actuantes y describir el movimiento de la esfera.



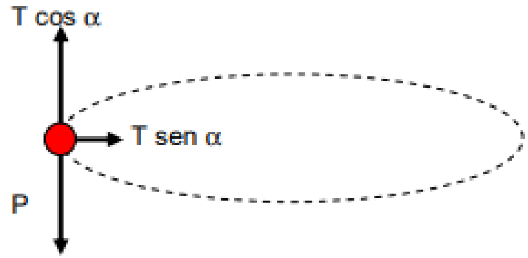
Solución:

Sobre la esfera sólo actúan dos fuerzas, el peso (P) y la tensión (T) de la cuerda (si se considera nulo el rozamiento con el aire).

A la hora de considerar los ejes según los cuales se van a descomponer las fuerzas hay que tener en cuenta que **cuando la trayectoria seguida por el cuerpo es una curva, conviene tomar uno de los ejes en la dirección que apunta hacia el centro de la trayectoria**. El otro eje será perpendicular a éste.



El diagrama de fuerzas se reduce al mostrado a la derecha. **La componente de la tensión que apunta hacia el centro es la fuerza centrípeta**, responsable de la variación de la dirección del vector velocidad (aceleración centrípeta). Por tanto podremos escribir:



Eje X: $T \,\text{sen}\, \alpha = m\, a_N = (m\, v^2) / R$

Eje Y : $T \cos \alpha - P = 0$; $T \cos \alpha - m\, g = 0$

Si consideramos nulo el rozamiento con el aire, no existe ninguna fuerza que actúe en la dirección de la velocidad (tangente a la trayectoria). Así que ésta no modificará su módulo (situación ideal, no real). En consecuencia, la esfera describirá una trayectoria circular con velocidad constante.

NOTA
Es evidente que en un experimento real existirá rozamiento con el aire. La fuerza de rozamiento (no conservativa) transformará parte de la energía cinética en calor lo que provocará que el ángulo que forma el péndulo con la vertical vaya haciéndose cada vez menor.

Podemos determinar de forma bastante sencilla la tensión de la cuerda y la velocidad de la esfera midiendo únicamente el ángulo del péndulo y el radio de la circunferencia. Efectivamente, de la ecuación planteada en el eje Y obtenemos:

$$T = \frac{m\, g}{\cos \alpha}$$

La tensión aumenta cuando lo hace el ángulo (ya que el coseno disminuye)

Combinando el resultado anterior con la ecuación planteada en el eje X, tenemos:

$$\frac{m\, g}{\cos \alpha} \,\text{sen}\, \alpha = \frac{m\, v^2}{R}$$

$$m\, g \frac{\text{sen}\, \alpha}{\cos \alpha} = \frac{m\, v^2}{R}$$

$$\cancel{m}\, g \,\text{tg}\, \alpha = \frac{\cancel{m}\, v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{R\, g \,\text{tg}\, \alpha}$$