12. Trabajo y energía

12 Trabajo y energía

PRESENTACIÓN

Para completar el estudio de la mecánica se introducen los conceptos físicos de trabajo y energía. Los conceptos que se estudian en este tema tienen su propia acepción ligüística diferente de la física y provoca que el tema resulte familiar, pero complicado.
Es importante diferenciar entre el uso coloquial y científico de trabajo para comprender que una persona que traslada un peso no siempre realiza trabajo físico; y que la potencia contratada en nuestros hogares limita el consumo de energía eléctrica simultáneo, pero no su uso secuencial.

Además, comprender el concepto de eficiencia de un motor contribuye a un consumo responsable que favorece el cuidado de la biosfera y el respecto del medio ambiente.

OBJETIVOS

- Saber cuáles son los cambios que la energía puede producir en los cuerpos.
- Afianzar el concepto de conservación de la energía.
- Diferenciar el concepto de trabajo desde el punto de vista de la física del término empleado en el lenguaje cotidiano. Diferenciar trabajo físico y esfuerzo.
- Conocer las magnitudes de las que depende el trabajo útil desarrollado por una máquina.
- Conocer el orden de magnitud de la potencia de algunas máquinas.
- Comprender el concepto de rendimiento y el de energía consumida, pero no aprovechada.
- Relacionar trabajo y variación de energía cinética.
- Relacionar trabajo y variación de energía potencial gravitatoria.
- Relacionar la fuerza de rozamiento con la energía disipada cuando un móvil se desplaza.

CONTENIDOS

CONCEPTOS

- La energía y los cambios. Concepto de energía.
- Energía, trabajo y calor: primera ley de la termodinámica.
- Trabajo. Definición de trabajo. Interpretación gráfica del trabajo.
- Potencia y rendimiento. Relación entre potencia y trabajo. Unidades de potencia.
- Rendimiento de una máquina.
- Trabajo y energía cinética.
- La energía cinética. Teorema de la energía cinética. La energía cinética y la distancia de frenado.
- Trabajo y energía potencial. Energía potencial gravitatoria. El trabajo y la energía potencial gravitatoria.
- Energía potencial elástica.
- La energía potencial y las interacciones.
- Principio de conservación de la energía mecánica.
- Conservación de la energía con fuerzas no conservativas.

PROCEDIMIENTOS, DESTREZAS Y HABILIDADES

- Interpretar gráficas.
- Interpretar esquemas donde aparecen fuerzas dibujadas y deducir a partir de ellos cuáles son algunas de las transformaciones energéticas que tienen lugar.
- Calcular la energía cinética o la energía potencial que posee un cuerpo.
- Resolver problemas numéricos aplicando el principio de conservación de la energía.
- Elaborar esquemas que muestran las fuerzas que actúan sobre un cuerpo.

ACTITUDES

- Adoptar hábitos que contribuyan al ahorro energético.
- Valorar la importancia de comprender bien los conceptos de trabajo, potencia y rendimiento a la hora de diseñar máquinas.
- Relacionar los conceptos estudiados en la unidad con temas sobre seguridad vial.
- Interés por relacionar los contenidos estudiados con los fenómenos producidos a nuestro alrededor.
- Admirar la precisión de los conceptos físicos frente a la ambigüedad lingüística con la que se utilizan.
- Valorar la potencia de los cálculos energéticos en diferentes sistemas frente a su estudio cinemático.

EDUCACIÓN EN VALORES

1. Educación para el consumo responsable y el medio ambiente

Comprender el concepto de rendimiento de un motor contribuye a elegir responsablemente los aparatos electrodomésticos. Un aparato eficiente no solo es una buena inversión a largo plazo por el ahorro que supone para el consumidor, sino que es la elección menos agresiva para el medio ambiente por el uso responsable que se hace de la energía eléctrica.

2. Educación vial

El alumno de Física y química de Bachillerato entiende que la potencia del motor de un vehículo mantiene una relación directa con la capacidad de aceleración que desarrolla y la velocidad que alcanza en un determinado intervalo de tiempo. Y el cuadrado de la velocidad corresponde a la energía cinética adquirida. En caso de accidente la energía cinética se degrada en calor y deformación. Cuanto mayor sea la energía, mayor será la degradación. Y el alumno utilizará responsablemente la potencia de sus vehículos.

En esta unidad se relaciona la distancia de frenado en un automóvil con la energía cinética que este posee. Asimismo, se hace hincapié en conocer cuáles son los factores que afectan a la distancia de frenado. Algunos de ellos son más obvios y conocidos por todos: la velocidad y el estado del pavimento (en suelos mojados la distancia de frenado aumenta). Pero otros, como la pendiente por la que circula el vehículo o la carga que este lleva, deben tenerse también muy en cuenta a la hora de circular con turismos o camiones, en cuyo caso un mayor peso implica una mayor variación en la distancia de frenado en caso de una pendiente descendente.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

1. Explicar el ámbito de aplicación del concepto de conservación de la energía.
2. Diferenciar el concepto de trabajo desde el punto de vista de la física del término empleado en el lenguaje cotidiano. Diferenciar trabajo físico y esfuerzo.
3. Indicar cuáles son las magnitudes de las que depende el trabajo útil desarrollado por una máquina.
4. Relacionar trabajo y variación de energía cinética y potencial y aplicarlo a la resolución de problemas numéricos.
5. Resolver problemas relacionando la fuerza de rozamiento con la energía disipada cuando un móvil se desplaza.
6. Aplicar los conceptos de trabajo y energía, y sus relaciones, en el estudio de las transformaciones y el principio de conservación y transformación de la energía en la resolución de problemas de interés teórico-práctico.
7. Aplicar el principio de y transformación de la energía y comprender la idea de degradación.
8. Adquirir una visión global de los problemas asociados a la obtención y uso de los recursos energéticos.

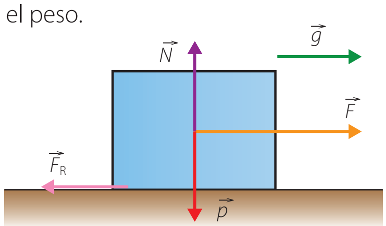
TRABAJO Y ENERGÍA: DEFINICIÓN DE TRABAJO

PROBLEMA RESUELTO 1

Un cuerpo se encuentra en reposo en un plano horizontal en el que el coeficiente de rozamiento es $\mu = 0{,}1$. Un niño decide empujarlo con una fuerza de 7 N en la dirección del plano. Si la masa del cuerpo es de 5 kg y el niño aplica la fuerza durante 8 s, calcula el trabajo realizado por el niño.

Planteamiento y resolución

La suma vectorial de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo de masa $m = 5$ kg es igual al producto de su masa por su aceleración, que es horizontal. De la componente vertical del sistema de fuerzas se deduce que la normal coincide con el peso.



La componte horizontal establece:

$$m\,a = F - F_R = F - \mu \cdot N = F - \mu \cdot m\,g \rightarrow$$
$$\rightarrow 5\text{ kg} \cdot a = 7\text{ N} - 0{,}1 \cdot 5\text{ kg} \cdot 9{,}8\text{ m/s}^2 \rightarrow a = 2{,}1\text{ m/s}^2$$

El cuerpo, que parte del reposo y describe un movimiento uniformemente acelerado durante 8 s, recorre un espacio igual a:

$$\Delta s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot 2{,}1\text{ m/s}^2 \cdot (8\text{ s})^2 = 67{,}2\text{ m}$$

El trabajo que realiza una fuerza constante en un desplazamiento rectilíneo es el producto escalar de la fuerza por el vector desplazamiento:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{s}$$

Como fuerza y desplazamiento ocurren en la misma dirección y sentido:

$$W = F \cdot \Delta s \cdot \cos 0° = 7\text{ N} \cdot 67{,}2\text{ m} \cdot 1 = 470{,}4\text{ J}$$

ACTIVIDADES

1. **Arancha tira de un saco de patatas de 20 kg con una fuerza de 50 N que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento es $\mu = 0{,}2$, calcula el trabajo que realiza Arancha al desplazar el saco una distancia de 30 m.**

   Sol.: 1299 J.

2. **Un cuerpo de 5 kg de masa ha sido lanzado con una velocidad inicial de 4 m/s. Si el cuerpo se para debido al rozamiento después de recorrer 15 m, calcula, utilizando la definición, el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.**

   Sol.: 40 J.

3. **Javier lanza un disco de hockey a 8 m/s por una pista de hielo en la que no existe rozamiento. El disco recorre 20 m antes de llegar a Ignacio. ¿Cuál es del trabajo que realiza el disco en el trayecto?**

   Sol.: 0 J.

4. **Levantamos un cuerpo de 3 kg a velocidad constante desde el suelo hasta una altura de metro y medio. Calcula el trabajo realizado.**

   Sol.: 441 J.

5. **Una persona empuja un cuerpo de 20 kg por un plano horizontal. El coeficiente de rozamiento entre cuerpo y plano es $\mu = 0{,}2$. Si la velocidad de ambos es constante e igual a 1 m/s, ¿cuál es el trabajo realizado por la fuerza aplicada por la persona en un tiempo de 8 s?**

   Sol.: 313,6 J.

PROBLEMA RESUELTO 2

Un cuerpo de 4 kg entra a 5 m/s en un plano horizontal con coeficiente de rozamiento $\mu = 0,1$. A partir de ese momento actúan sobre el cuerpo una fuerza horizontal que realiza un trabajo de 80 J , y la fuerza de rozamiento, que realiza un trabajo de −50 J. Calcula:

a) La velocidad final del cuerpo.

b) El espacio recorrido.

Planteamiento y resolución

a) El teorema de las fuerzas vivas, o de la energía cinética, asegura que la suma de los trabajos que realizan las fuerzas aplicadas sobre un cuerpo es igual a la variación de energía cinética. Si llamamos *W* al trabajo realizado por la fuerza, 80 J, y W_R al trabajo realizado por la fuerza de rozamiento, −50 J, se tiene que:

$$W + W_C = \Delta E_C \rightarrow W + W_C = \frac{1}{2}mv_F^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \rightarrow 80\ \text{J} - 50\ \text{J} = \frac{1}{2} \cdot 4v_F^2 - \frac{1}{2} \cdot 4\ \text{kg} \cdot (5\ \text{m/s})^2$$

Por tanto:

$$v_F = 6,32\ \text{m/s}$$

b) El cuerpo se desliza sobre un plano horizontal, y la fuerza que se aplica sobre el cuerpo también es horizontal. Así, los dos únicas fuerzas verticales son peso y normal, iguales en módulo y de sentidos opuestos.

$$N = m\,g$$

El módulo de la fuerza de rozamiento es, por tanto:

$$F = \mu \cdot N = \mu \cdot m\,g = 0,1 \cdot 4\ \text{kg} \cdot 9,8\ \text{m/s}^2 = 39,2\ \text{N}$$

Y el trabajo que realiza esta fuerza, que se opone al movimiento es:

$$W = F \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = -F \cdot \Delta s \rightarrow -50 = -39,2\ \text{N} \cdot \Delta s \rightarrow \Delta s = 1,28\ \text{m}$$

El espacio que recorre el cuerpo durante la aplicación de la fuerza horizontal es 128 cm.

ACTIVIDADES

1 **Un cuerpo de 6 kg entra en un plano horizontal a una velocidad de 4 m/s. Debido al rozamiento con el plano el cuerpo se para después de recorrer 10 m en él. Calcula el coeficiente de rozamiento entre plano y cuerpo.**

Sol.: 0,08.

2 **Un coche entra en un tramo horizontal a una velocidad de 90 km/h. A pesar del rozamiento, el coche acelera hasta alcanzar los 120 km/h 300 m más allá. Si el coeficiente de rozamiento es $\mu = 0,1$ y la masa del coche es de 1 000 kg, calcula el trabajo realizado por el motor del coche y el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.**

Sol.: −244 kJ; 980 J.

3 **Melinda pone en movimiento un cuerpo de 20 kg empujándolo con una fuerza constante que hace que su velocidad pase de 0 a 4 m/s en un trayecto de 10 m. Si no hay rozamiento, contesta:**

a) ¿Cuál ha sido el trabajo realizado?

b) ¿Cuál ha sido la fuerza empleada por Melinda?

Sol.: a) 160 J; b) 16 N.

4 **Dos amigos tratan de mover un cuerpo cada uno en un sentido. Ambos aplican fuerzas de 50 N, pero Marta hacia la derecha y Óscar hacia la izquierda. El cuerpo se mueve hacia la derecha por un plano horizontal a la velocidad constante de 1 m/s. Si la masa del cuerpo es de 15 kg, calcula el trabajo realizado por cada uno de los amigos al recorrer 20 m.**

Sol.: El trabajo que realiza Marta es de 1000 J y el que realiza Óscar es de −1000 J.

PROBLEMA RESUELTO 3

Un cuerpo de 10 kg de masa llega a la base de un plano inclinado a una velocidad de 15 m/s. La inclinación del plano es de 30º y no existe rozamiento entre el cuerpo y el plano.

a) Calcula la distancia que recorrerá el cuerpo por el plano antes de detenerse.

b) ¿Qué velocidad tiene el cuerpo en el momento en que la energía cinética y la potencial adquirida en el ascenso del cuerpo son iguales?

Planteamiento y resolución

a) El principio de conservación de la energía mecánica afirma que cuando sobre un sistema actúan solo fuerzas conservativas, la energía mecánica total se conserva. Para el cuerpo del enunciado se tiene, por tanto, que:

$$\Delta E_C + \Delta E_P = 0 \rightarrow \left(\frac{1}{2}mv_F^2 - \frac{1}{2}mv_0^2\right) + mg \cdot \Delta h = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow v_F^2 - v_0^2 + 2g \cdot \Delta h = 0 \rightarrow 0^2 - (15\text{ m/s})^2 + 2 \cdot 9{,}8\text{ m/s}^2 \cdot \Delta h = 0 \rightarrow \Delta h = 45{,}9\text{ m}$$

Como el plano está inclinado 30°, una altura de 45,9 m corresponde a una distancia recorrida, s, igual a:

$$\text{sen } 30° = \frac{\Delta h}{s} \rightarrow 0{,}5 = \frac{45{,}9\text{ m}}{s} \rightarrow s \simeq 92\text{ m}$$

La distancia que recorre el cuerpo por el plano antes de detenerse es de 92 m.

b) Inicialmente toda la energía mecánica del cuerpo es energía cinética. En el instante en que la energía cinética se iguala con la energía potencial, ambas deben ser la mitad de la energía, cinética, inicial. Sea v_m la velocidad que tiene el cuerpo en ese momento, entonces:

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}mv_0^2\right) \rightarrow v_m^2 = \frac{1}{2}v_0^2 \rightarrow v_m = \frac{1}{\sqrt{2}}v_0 = \frac{15\text{ m/s}}{\sqrt{2}} = 10{,}61\text{ m/s}$$

Cuando la velocidad del cuerpo es 10,61, m/s la mitad de su energía cinética se ha transformado en energía potencial.

ACTIVIDADES

1 **Un cohete de 5000 kg de masa rompe el motor cuando se encuentra a 100 m de altura y subiendo con una velocidad de 75 m/s. Calcula:**

a) La altura máxima que alcanzará.

b) La velocidad con la que chocará con el suelo tras la caída.

Sol.: a) 387 m; b) 87 m/s.

2 **Una niña está asomada a su ventana lanzando pelotas de tenis hacia abajo. La velocidad de salida de las pelotas es de 1 m/s y la altura de la ventana es de 10 m sobre la calle. ¿A qué velocidad llegan las pelotas a la calle?**

Sol.: 14 m/s.

3 **Un helicóptero deja caer paquetes de 2 kg desde una altura de 50 m.**

a) ¿A qué altura tendrán los paquetes una velocidad de 4 m/s?

b) ¿Con qué velocidad llegarán al suelo?

Sol.: a) 49,2 m; b) 31,3 m/s.

4 **Se lanza una pelota de 200 g con una velocidad inicial de 5 m/s para que descienda por un plano inclinado 30°. Después de recorrer 100 m, llega a la base del plano y comienza a subir por un segundo plano inclinado 45°. Calcula la distancia que recorrerá en este segundo plano antes de detenerse.**

Sol.: 70,7 m.

5 **¿Qué velocidad tendrá al llegar al suelo un objeto lanzado hacia arriba con velocidad inicial 5 m/s desde la ventana de un segundo piso situado a 8 m de altura?**

Sol.: 13,5 m/s.

Botes y conservación de la energía

Objetivo

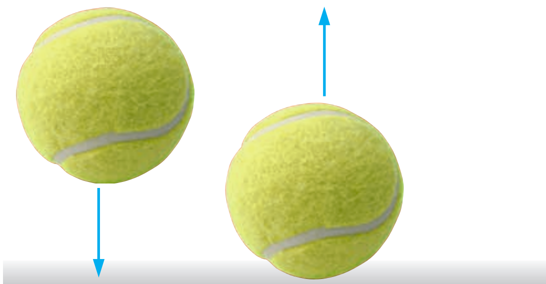
- **Sorprender a los alumnos con botes de pelotas inesperadamente altos.**
- **Reflexionar sobre la conservación de la energía en un sistema formado por varios cuerpos.**
- **Comprobar que las transferencias de momento lineal y energía entre dichos cuerpos pueden dar lugar a efectos sorprendentes.**

Material

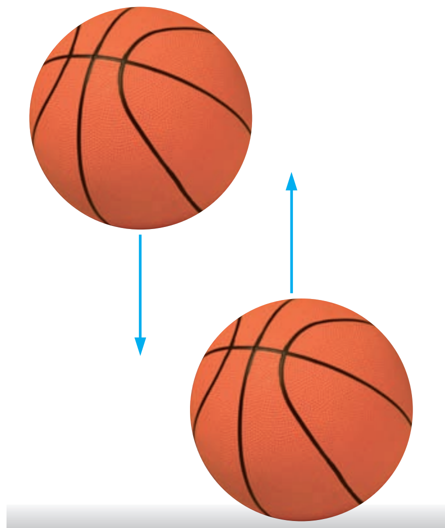
- Un balón de baloncesto.
- Una pelota de tenis.

PROCEDIMIENTO

1. Deja caer una pelota de tenis desde una altura de metro y medio y observa la altura que alcanza después del bote con el suelo.



2. Repite la experiencia con el balón de baloncesto y observa de nuevo la altura alcanzada después del bote.

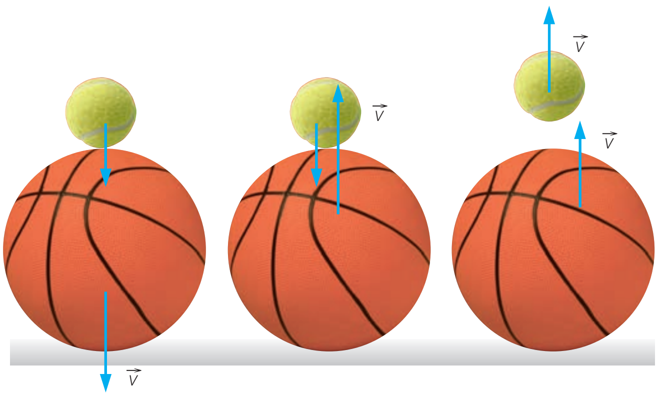


3. Ahora coloca la pelota de tenis justo encima del balón de baloncesto y suelta ambos a la vez desde la misma altura de metro y medio.
Repítelo varias veces para comprobar que el resultado no es una casualidad.

¿Qué es lo que sucede?

La pelota de tenis sale despedida y alcanza una gran altura.

Aunque las dos pelotas caen casi a la vez, la de baloncesto choca con el suelo un instante antes de que la de tenis choque con ella. Por tanto, cuando se produce el choque entre ellas la de tenis está bajando, mientras que la de baloncesto ya está subiendo. Como en el choque entre las dos pelotas se conservan tanto el momento lineal como la energía mecánica, parte de la energía del balón de baloncesto, de mayor masa, pasa a la pelota de tenis que, al tener menor masa, sale disparada a toda velocidad.



Conservación de la energía mecánica

Objetivo

Comprobar cómo la energía potencial de un cuerpo se transforma en energía cinética preservando el teorema de conservación de la energía mecánica.

Material

- Un rampa de longitud conocida.
- Un pie de laboratorio y nueces.
- Una bola metálica pequeña.
- Reglas, cintas métricas.
- Harina.
- Lápiz y papel.

PROCEDIMIENTO

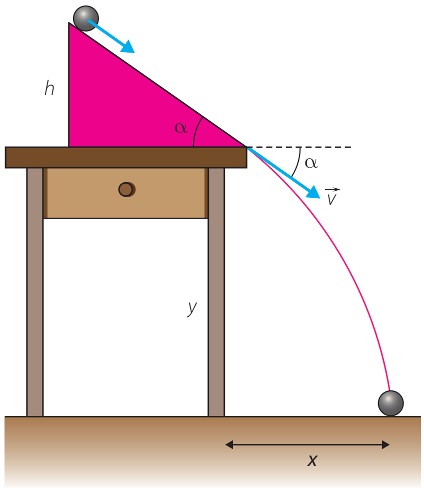
1. Monta con ayuda del pie de laboratorio un plano inclinado, poniendo especial cuidado en que el extremo de la rampa coincida con el borde de la mesa de laboratorio y un móvil al caer por la rampa termine en el aire sin tocar la mesa. Esparce harina por el suelo debajo del borde de la mesa.

2. Para que el ángulo de inclinación sea conocido puedes elevar un extremo de la rampa una altura *h* igual a la mitad de su longitud. En esa situación el ángulo α de la rampa sobre la horizontal es 30°. Así, además, conoces la altura y, por tanto, la energía potencial de la bola que deslizará por la rampa. Si además la bola no se impulsa, sino que se deja caer, se sabe también la energía mecánica inicial de la bola es:

$$E_0 = E_{C\,0} + E_{P\,0} = 0 + m\,g\,h$$

3. Cuando la bola termina de recorrer la rampa su energía potencial se ha convertido en energía cinética:

$$E_F = E_{CF} + E_{PF} = \frac{1}{2}mv^2 + 0$$



CUESTIONES

1 Calcula la energía potencial de la bola en tu montaje.

Para observar cuál es la energía cinética que tiene la bola en el momento final del recorrido por el plano inclinado se realiza un estudio sobre su caída libre en un tiro parabólico. La bola comienza su tiro parabólico con la velocidad *v* inclinada un ángulo igual al del plano inclinado por debajo de la horizontal. La altura que recorre la bola hasta el suelo es la de la mesa *y*, avanza en horizontal un espacio *x*. Al caer al suelo la bola marca en la harina su posición, y la distancia a la mesa se mide sobre el suelo con una cinta métrica. Conocidas estas dos longitudes, y utilizando las ecuaciones del tiro parabólico, se tiene:

$$v^2 = \frac{x^2}{(2 \cdot \cos^2 \alpha) \cdot y + (2 \cdot \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \alpha) \cdot x} \cdot g$$

a) Demuestra algebraicamente esta expresión. Para ello tienes que reducir el tiempo en las ecuaciones espacio-tiempo de las dos componentes del tiro parabólico.

b) Mide los valores de *x* e *y* en el montaje de la práctica y calcula el cuadrado de la velocidad con la que cae la bola de la mesa.

c) Calcula la energía cinética de la bola cuando empieza su caída libre.

d) ¿Se verifica el principio de conservación de la energía mecánica entre el momento en que la bola empieza su recorrido por la rampa y el momento en el que finaliza su trayecto por la rampa? Si no es así, intenta explicar por qué. Fíjate en los factores no considerados: rozamiento, energía de rotación de la bola (para una esfera la energía de rotación al rodar sin deslizar es un 40 % de su energía cinética de traslación) o posibles errores en la medida.

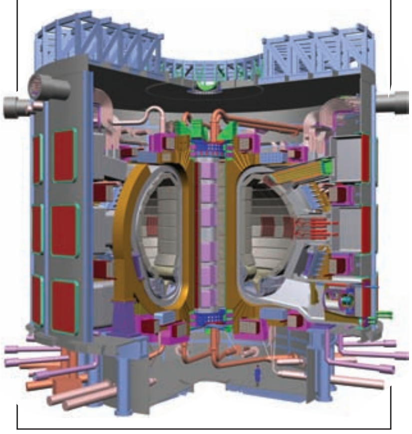
CIENCIA Y TECNOLOGÍA

El Sol en la Tierra: proyecto ITER

ITER es un proyecto internacional cuyo objetivo es demostrar que es posible científica y tecnológicamente la construcción de un reactor nuclear de fusión.

Todas las centrales nucleares funcionan mediante fisión, ruptura de átomos de elementos pesados. Pero la fusión consiste en la unión de átomos ligeros y es el mecanismo que genera la energía en las estrellas. ITER es probablemente el proyecto científico internacional más importante en la actualidad, y en él participan la Unión Europea, Estados Unidos, Rusia, Japón, China, Corea del Sur e India. El reactor es un tokamak, una especia de dónut hueco en el que se confina un plasma a altísimas temperaturas mediante campos magnéticos.

Se construirá en la localidad francesa de Cadarache, aunque no está prevista su finalización hasta el año 2016.



Aerogeneradores

La energía eólica ha experimentado un enorme desarrollo en los últimos años, tanto en España como en el resto de países occidentales. Nos hemos habituado a ver cerca de las carreteras enormes molinos de viento que aprovechan la energía cinética del viento para producir electricidad. En nuestro país la potencia instalada ha pasado de 4800 megavatios en 2002 a más de 15 000 megavatios en 2007, y España es uno de los países del mundo en el que tiene más importancia, ocupando el segundo lugar en Europa por detrás de Alemania.

Entre las grandes ventajas de este método de obtención de energía está la nula emisión de dióxido de carbono a la atmósfera, lo que contribuye a frenar el tan temido cambio climático. Además, las inversiones que se necesitan para poner en marcha un campo eólico no son tan elevadas como las que se necesitan para otros tipos de instalaciones. Si a esto añadimos que el viento es una fuente de energía renovable, puesto que depende en último término del Sol, y que no produce residuos, los beneficios resultan evidentes.

En su contra está el hecho de no poder asegurar una producción de electricidad continua, puesto que la fuerza del viento varía de unos días a otros. También existe cierto impacto ambiental que producen los aerogeneradores en el paisaje y el ruido que producen en sus inmediaciones.

La altura de los aerogeneradores suele ser de unos 50 o 60 m, y la mayoría tienen tres aspas o palas, cada una de las cuales tiene una longitud de más de 20 m. Para que comiencen a funcionar la velocidad del viento debe ser de más de 4 m/s, mientras que por motivos de seguridad dejan de funcionar cuando la velocidad del viento supera los 25 m/s.

CUESTIONES

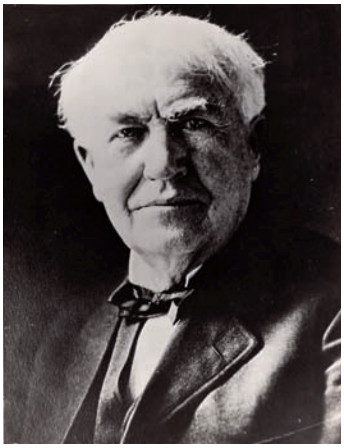
1. ¿Cuál es la energía total generada en España en 2007 mediante aerogeneradores si consideramos que estos funcionaron unas 3000 horas en el año?

2. ¿Cuáles son las transformaciones de energía que se producen en otros tipos de centrales energéticas como las nucleares, las hidráulicas o las térmicas?

3. Un solo aerogenerador ahorra la emisión de 5000 toneladas de CO_2 al año. ¿Cuántos aerogeneradores harían falta para evitar la emisión de los 400 millones de toneladas previstas en España en 2008?

HISTORIA DE LA CIENCIA

Thomas Alva Edison



Thomas Alva Edison (Estados Unidos, 1847-1931) fue uno de los inventores más prolíficos de la historia. Desarrolló múltiples dispositivos con gran utilidad e influencia en el todo el mundo. Patentó más de mil inventos, entre los que están el fonógrafo y el cinematoscopio; y mejoró los inventos de muchos otros, como el telégrafo, el teléfono, la máquina de escribir, el generador eléctrico y la lámpara eléctrica incandescente.

Pero, además, Thomas Alva Edison fue un gran hombre de negocios que patentó sus descubrimientos y aplicó los principios de la producción en masa al proceso de invención. También fundó la Compañía de Distribución Eléctrica y dio trabajo a más de 3000 personas.

Eficiencia de los electrodomésticos

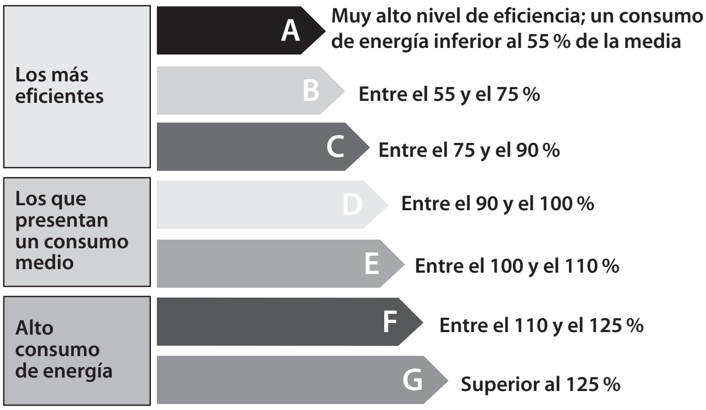
El rendimiento de los motores de los electrodomésticos se describe comercialmente con la letras A, B, C, D, E, F y G según su eficiencia en convertir la energía eléctrica en mecánica.

Las etiquetas energéticas se implantaron en 1989, momento en el que la Comisión Europea decidió informar a los usuarios de la eficiencia en el consumo de energía de los electrodomésticos, que supone, aproximadamente, la tercera parte de la energía consumida en los hogares.

- Se estudió el consumo para cada grupo de electrodomésticos: frigoríficos, lavadoras..., y se asignó la letra D el consumo medio de cada grupo.
- Las letras A, B, y C designaron electrodomésticos más eficientes que la media, con un ahorro de hasta el 50 % del consumo medio.
- Las letras E, F y G designaron los electrodomésticos menos eficientes. Como la asignación de etiquetas la controlan los fabricantes de electrodomésticos, el margen de error puede llegar a ser de hasta un 15 %.

Los electrodomésticos más eficientes, A o B, suelen ser más caros. Sin embargo, a medio a largo plazo suelen resultar una buena inversión económica, y en todos los casos son un beneficio para el medio ambiente.

INTERPRETACIÓN DE LAS ETIQUETAS



CUESTIONES

1. Una familia consume 150 kWh de energía eléctrica en un mes. ¿Cuántos kWh emplea en el uso de los electrodomésticos?
2. Si la familia posee electrodoméstico de etiqueta energética D, ¿cuántos kWh ahorraría en un mes con electrodomésticos de etiqueta A?
3. Si el kWh cuesta 0,12 €:
   a) ¿Cuánto ahorra la familia en un mes?
   b) ¿Y en un año?
4. ¿Cuántos años tardaría en amortizar electrodomésticos (frigorífico, lavadora y lavaplatos) más eficientes y 150 € más caros cada uno?

Distancia de detención (aceleración de frenada de 9 m/s²)

La distancia de detención es la distancia que recorre el vehículo desde que el conductor detecta un obstáculo o peligro hasta que el vehículo se detiene. Es debida a:

- La **distancia de reacción**: la distancia recorrida desde que se detecta el obstáculo hasta que se comienza a frenar, que depende únicamente de los reflejos que tenga el conductor y de la velocidad del vehículo.
- La **distancia de frenado**: la distancia recorrida desde que se pisa el pedal del freno hasta que el vehículo se detiene (depende de las condiciones de la vía, la carga del vehículo, la velocidad inicial, el estado de los neumáticos…).

Distancia de detención = Distancia de reacción + Distancia de frenado

	Distancia de detención (m)	
Velocidad (km/h)	**Calzada seca**	**Calzada húmeda**
40	18	28
50	24	38
60	34	56
70	42	70
80	54	92
90	66	114
100	78	136
110	94	166
120	108	192

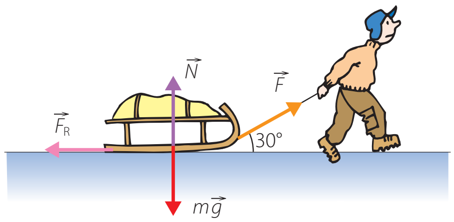
Unidades de energía

Unidad	Equivalencia en julios
Caloría (cal)	4,18 J
Kilocaloría (kcal)	1000 cal = 4,18 kJ = 4 180 000 J
Frigoría (kilocaloría negativa)	4 180 000 J (negativo)
Tonelada equivalente de petróleo (tep)	41 840 000 000 J
Tonelada equivalente de carbón (tec)	29 300 000 000 J
Electronvoltio (eV)	$1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J
Megaelectronvoltio (MeV)	10^6 eV = $1{,}602 \cdot 10^{-13}$ J
Kilovatio hora (kWh)	$3{,}6 \cdot 10^6$ J
Kilojulio (kJ)	10^3 J
Ergio	10^{-7} J
Termia	10^6 cal = $4{,}18 \cdot 10^6$ J
BTU (*British Termal Unit*)	1055 J
Hartree (unidad atómica de energía)	$4{,}36 \cdot 10^{-18}$ J

1. EJERCICIO RESUELTO

Antonio arrastra su trineo de 80 kg de masa por un plano horizontal en el que el coeficiente de rozamiento es 0,1. Para ello tira de él mediante una cuerda que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Si la fuerza que aplica es de 100 N, ¿qué trabajo ha realizado después de recorrer 100 m?

SOLUCIÓN



El movimiento de Antonio y su trineo es rectilíneo y uniforme, de manera que la suma todas las fuerzas que actúan sobre el trineo es nula. La normal compensa la diferencia entre del peso y la componente vertical de la fuerza:

$$0 = \vec{N} + \vec{F} + \vec{P} + \vec{F}_R \rightarrow 0 = N + F \cdot \text{sen } 30° - m \cdot g$$

Y la componente paralela de la fuerza compensa la fuerza de rozamiento:

$$0 = F \cdot \cos 30° - \mu \cdot N \rightarrow 0 = F \cdot \cos 30° - \mu \cdot (m \cdot g - F \cdot \text{sen } 30°)$$

De manera que:

$$F = \frac{\mu \cdot m \cdot g}{\cos 30° + \mu \cdot \text{sen } 30°} = \frac{0{,}1 \cdot 80 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2}{0{,}87 + 0{,}1 \cdot 0{,}5} = 85{,}6 \text{ N}$$

El trabajo que realiza una fuerza constante en un desplazamiento rectilíneo es el producto escalar de la fuerza por el vector desplazamiento:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{s} \rightarrow W = F \cdot \Delta s \cdot \cos 30° = 85{,}6 \text{ N} \cdot 100 \text{ m} \cdot 0{,}87 = 7447 \text{ J}$$

1 **Se lanza un cuerpo de 2 kg por un plano horizontal en el que el coeficiente de rozamiento vale 0,2. Si la velocidad inicial es de 4 m/s, calcula el trabajo total realizado por la fuerza de rozamiento hasta pararse.**

SOLUCIÓN

ENERGÍA Y TRABAJO

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

2 **Una grúa sube un contenedor de 1000 kg desde el suelo hasta una altura de 20 m. Calcula:**

SOLUCIÓN

a) El trabajo realizado por la grúa.

b) El trabajo realizado por el peso.

3 **Un coche de 1500 kg acelera pasando de 0 a 100 km/h en 9 s. Si el coeficiente de rozamiento entre las ruedas y el suelo es $\mu = 0{,}1$ calcula el trabajo producido por el motor del coche, así como el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.**

SOLUCIÓN

POTENCIA Y RENDIMIENTO

NOMBRE: ____________ CURSO: ________ FECHA: ________

2. EJERCICIO RESUELTO

Un coche circula a la velocidad de 90 km/h durante un tramo recto de 800 m. Calcula la potencia desarrollada por el motor del coche si la masa del coche es de 1000 kg y el coeficiente de rozamiento entre el suelo y las ruedas es $\mu = 0,2$.

SOLUCIÓN

El motor ejerce una fuerza sobre el coche igual a la fuerza de rozamiento para mantener su movimiento uniforme:

$$0 = \vec{F} + \vec{F}_R \rightarrow 0 = F - \mu \cdot m \cdot g \rightarrow F = \mu \cdot m \cdot g = 0,2 \cdot 1000 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 1960 \text{ N}$$

El trabajo que desarrolla esa fuerza durante los 800 m que dura el desplazamiento es:

$$W = F \cdot \Delta s = 1960 \text{ N} \cdot 800 \text{ m} = 1\,568\,000 \text{ J}$$

El tiempo que el coche mantiene su movimiento uniforme es:

$$t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{800 \text{ m}}{25 \text{ m/s}} = 32 \text{ s}$$

Por tanto, la potencia del motor durante ese tiempo es:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{1568\,000 \text{ J}}{32 \text{ s}} = 49\,000 \text{ W}$$

4 **Una bomba de agua es capaz de subir 100 litros por segundo hasta una altura de 20 m. Sabiendo que la potencia nominal de la bomba es de 25 kW, calcula cuál es el rendimiento que se obtiene.**

SOLUCIÓN

5 **La subida al Hotel Bali de Benidorm se celebra cada año. El ganador de 2007 empleó 4 minutos y 53 segundos en subir corriendo los 52 pisos del hotel. En total, 930 escalones que le llevaron hasta la azotea. Si cada escalón tiene 22 cm de alto y suponemos que el ganador tiene una masa de 63 kg, calcula la potencia que desarrollaron sus piernas.**

SOLUCIÓN

POTENCIA Y RENDIMIENTO

NOMBRE: ______________________ CURSO: ____________ FECHA: ____________

6 **El rendimiento de un motor de coche depende de diferentes factores, como la carga, la velocidad…, pero se ha estimado que, por término medio, se puede estimar en torno al 20 % el rendimiento en condiciones no ideales. Considera el precio del litro de gasolina de 1,3 € y un consumo a 120 km/h de 9 litros cada 100 km.**

SOLUCIÓN

a) **Calcula la cantidad que nos gastamos en un viaje de 400 km por autovía a la velocidad máxima permitida.**

b) **Calcula la cantidad que gastaríamos si el rendimiento fuera del 80 %.**

7 **Alberto tira de su trineo y lo sube por una pendiente de 30° en la que el coeficiente de rozamiento es 0,1. La masa del trineo es de 50 kg y Alberto recorre, partiendo del reposo, una distancia de 30 m en 12 s con un movimiento acelerado. Calcula la potencia desarrollada por Alberto.**

SOLUCIÓN

TRABAJO, ENERGÍA CINÉTICA Y ENERGÍA POTENCIAL

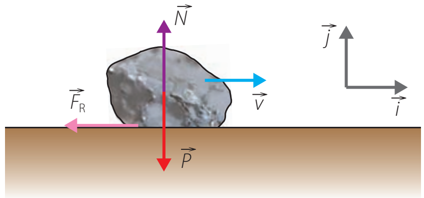
NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

3. EJERCICIO RESUELTO

Leire ha lanzado una piedra de 100 g con una velocidad inicial de 3 m/s para que deslice por un plano horizontal. Si el coeficiente de rozamiento entre la piedra y el plano es 0,2, calcula la distancia recorrida por la piedra.

a) Aplicando la segunda ley de Newton. **b) Mediante razonamientos energéticos.**

SOLUCIÓN



a) Las fuerzas que actúan sobre la piedra son el peso, la normal y la fuerza de rozamiento. La normal compensa el peso, y la fuerza de rozamiento induce una aceleración al cuerpo contraria al movimiento:

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F}_R \rightarrow m \cdot a = \mu \cdot m \cdot g \rightarrow$$
$$\rightarrow a = \mu \cdot g = 0{,}2 \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 1{,}96 \text{ m/s}^2$$

El cuerpo sometido a una aceleración contraria a su movimiento frena hasta parar en un tiempo t:

$$v = v_0 - a \cdot t \rightarrow 0 = 3 \text{ m/s} - 1{,}96 \text{ m/s}^2 \cdot t \rightarrow t = 1{,}53 \text{ s}$$

Durante ese tiempo recorre un espacio s:

$$\Delta s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2}at^2 = 3 \text{ m/s} \cdot 1{,}53 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 1{,}96 \text{ m/s}^2 \cdot 1{,}53^2 \text{ s}^2 = 2{,}30 \text{ m}$$

La distancia que recorre la piedra hasta parar es de 2 m y 30 cm.

b) La piedra tiene una energía cinética inicial:

$$E_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \text{ kg} \cdot 3^2 \text{ (m/s)}^2 = 0{,}45 \text{ J}$$

Sin embargo, su energía cinética final es cero; y, por tanto:

$$\Delta E = E_F - E_0 = -0{,}45 \text{ J}$$

El teorema de las fuerzas vivas (o de la energía cinética) asegura que el trabajo que realiza la resultante es igual a la variación de energía cinética. La resultante coincide con la fuerza de rozamiento (el peso y la normal son iguales y de sentido contrario), que es constante. El trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es negativo, porque es una fuerza de sentido contrario a la velocidad de la piedra:

$$W = F_R \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = \mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = 0{,}2 \cdot 0{,}1 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot \Delta s \cdot (-1) = -0{,}196 \cdot \Delta s$$

Como este trabajo ha de ser igual a la variación de energía se tiene que:

$$-0{,}196 \cdot \Delta s = -0{,}45 \rightarrow s = 2{,}30 \text{ m}$$

La distancia que recorre la piedra hasta parar es de 2 m y 30 cm.

8 **Subimos un bulto de 10 kg a la caja de un camión situada a una altura de 1 m. Calcula el trabajo que realizamos en cada uno de los siguientes casos:**

SOLUCIÓN

a) Levantamos el bulto verticalmente desde el suelo hasta la caja del camión.

continúa →

NOMBRE: ____________ CURSO: ________ FECHA: ________

b) Empujamos el bulto por una rampa de 30° de inclinación sobre la que no hay rozamiento.

c) Empujamos el bulto por una rampa de 30° de inclinación sobre la que el coeficiente de rozamiento es 0,1.

9 **Un coche de 1000 kg avanza por una carretera horizontal, pasando de 36 a 90 km/h en un tramo de 120 m. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento entre las ruedas y el suelo es 0,1, calcula la fuerza aplicada por el motor del coche.**

SOLUCIÓN

a) Aplicando la segunda ley de Newton.

continúa →

NOMBRE: ____________ CURSO: ________ FECHA: ________

b) Mediante razonamientos energéticos.

10 **Un cohete de 5000 kg de masa despega alcanzando una altura de 200 m en 8 s con un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Calcula:**

SOLUCIÓN

a) El trabajo realizado por el peso del cohete.

b) El trabajo realizado por los motores.

11 **Tenemos un resorte que sigue la ley de Hooke y cuya constante de elasticidad vale 20 N/cm. Calcula el trabajo que realizamos cuando tiramos de él desde la posición de equilibrio hasta alcanzar un alargamiento de 8 cm.**

SOLUCIÓN

CONSERVACIÓN DE ENERGÍA MECÁNICA (I)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

4. EJERCICIO RESUELTO

Tres amigos suben en la montaña rusa y ascienden hasta la primera cima, situada a 20 m de altura. Con una velocidad de 1 m/s inician la caída por la primera rampa. Suponiendo que no hay pérdidas de energía por rozamiento, calcula la velocidad con la que llegarán a un punto situado a 15 m de altura.

SOLUCIÓN

El principio de conservación de la energía mecánica afirma que cuando sobre un sistema actúan solo fuerzas conservativas, la energía mecánica total se conserva. Sobre el coche de la montaña rusa todas las fuerzas son conservativas porque se supone que no hay rozamiento. Por tanto, el incremento de energía del sistema tiene que ser nulo:

$$\Delta E_C + \Delta E_P = 0 \rightarrow \left(\frac{1}{2}mv_F^2 - \frac{1}{2}mv_0^2\right) + m \cdot g \cdot \Delta h = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow v_F^2 - v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta h = 0 \rightarrow v_F^2 - 1^2\ \text{m}^2/\text{s}^2 + 2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (15 - 20)\ \text{m} = 0 \rightarrow v_F = 9{,}95\ \text{m/s}$$

12 **La velocidad de una bala de pistola ronda los 540 km/h a la salida del arma. Suponiendo que disparamos verticalmente y que no existe rozamiento con el aire.**

SOLUCIÓN

a) Calcula la altura máxima alcanzada por el proyectil.

b) Calcula la altura en la que la energía cinética es el doble que la energía potencial.

CONSERVACIÓN DE ENERGÍA MECÁNICA (I)

NOMBRE: CURSO: FECHA:

13 **Un ciclista que va a 5 m/s se deja caer sin pedalear por una rampa inclinada 15° y cuya longitud es de 200 m. Si el coeficiente de rozamiento es 0,2 y la masa del ciclista junto con su bicicleta es de 80 kg, calcula:**

SOLUCIÓN

a) La energía perdida por rozamiento a lo largo de la rampa.

b) La velocidad con la que llega el ciclista al final de la rampa.

c) La altura que alcanzaría en una segunda rampa ascendente situada justo al final de la anterior con igual coeficiente de rozamiento y cuya inclinación es de 30°.

14 **Un cohete que sube verticalmente rompe el motor cuando se encuentra a 500 m de altura y su velocidad es de 40 m/s. Calcula:**

SOLUCIÓN

a) La altura máxima que alcanzará antes de caer.

b) La velocidad con la que chocará con el suelo.

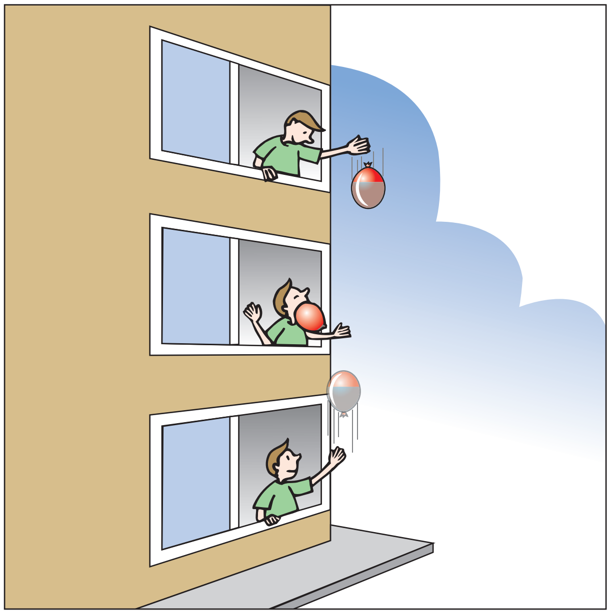
CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA (II)

NOMBRE: CURSO: FECHA:

15 **Dos amigos, vecinos de un mismo edificio están asomados a sus ventanas, que distan del suelo lo que indica el dibujo. El vecino de arriba llena un globo de agua y se lo lanza al de abajo imprimiéndole una velocidad de 3 m/s.**

SOLUCIÓN

a) Enuncia el principio de conservación de la energía mecánica y explica qué le va pasando a la energía cinética, potencial y mecánica del globo mientras baja. Ve completando el dibujo con los datos que vas obteniendo en los demás apartados.



b) ¿Con qué velocidad le llegará el globo a la cabeza del vecino de abajo?

1. Iguala la energía mecánica en las dos posiciones que te interese.

2. Explica si algún término se anula y elimínalo.

3. Divide por *m*.

4. Despeja lo que te piden y sustituye los datos.

continúa →

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA (II)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Si el vecino de abajo hubiese esquivado el globo, ¿con qué velocidad hubiese llegado este al suelo?

1. Iguala la energía mecánica en las dos posiciones que te interese.

2. Explica si algún término se anula y elimínalo.

3. Divide por *m*.

4. Despeja lo que te piden y sustituye los datos.

c) Si ahora el vecino de abajo llena otro globo de agua y se lo lanza al de arriba con una velocidad de 12 m/s pero le da en la cara a un tercer vecino situado entre los dos cuatro metros por encima del de abajo, que acababa de sacar la cabeza por la ventana, ¿con qué velocidad le dio en la cara? Dibújalo en el ejercicio. Consejo: Toma como nivel de $h = 0$ al vecino de abajo y los cálculos se simplificarán.

1. Iguala la energía mecánica en las dos posiciones que te interese.

2. Explica si algún término se anula y elimínalo.

3. Divide por *m*.

4. Despeja lo que te piden y sustituye los datos.

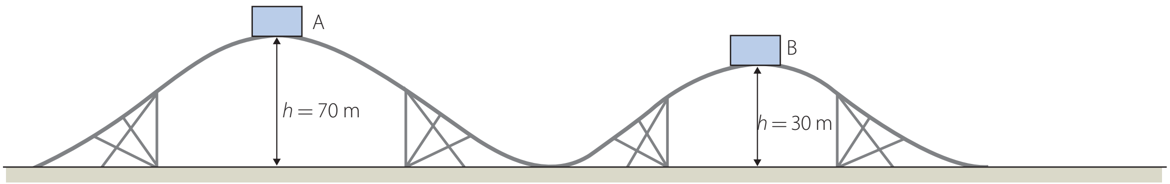
PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Cuando sobre un cuerpo que cambia su posición y su velocidad, solo actúa la fuerza gravitatoria, no actúa ninguna fuerza más, la energía mecánica permanece constante.

El principio de conservación de la energía mecánica se cumple sea cual sea la trayectoria del móvil; no es necesario que sea una trayectoria rectilínea perpendicular al suelo.

16 **Estamos en un vagón en lo alto de una montaña rusa (posición A del dibujo) y comienza a caer.**



SOLUCIÓN

a) Explica el principio de conservación de la energía mecánica aplicado al vagón durante su recorrido, indicando cómo varían las energías cinética, potencial y mecánica.

b) ¿Qué velocidad tendrá cuando pase por la posición B?

1. Iguala la energía mecánica en ambos puntos.

2. Observa si se anula algún término.

3. Divide por *m*.

4. Despeja y sustituye.

c) ¿Podrá tener la montaña rusa un pico más alto que el de la posición A?

d) ¿Qué trabajo ha hecho la fuerza del motor que ha subido el vagón al comienzo hasta la posición A si la masa del vagón y los ocupantes es de 600 kg?

e) ¿Qué fuerza ha hecho el motor, si la longitud de subida eran 100 m?

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

17 **Un futbolista golpea el balón que rodaba por el suelo imprimiéndole una velocidad de 11 m/s, elevándolo en vaselina por encima del portero y metiendo gol.**

SOLUCIÓN

a) Explica el principio de conservación de la energía mecánica aplicado al balón en su recorrido indicando cómo varían las energías cinética, potencial y mecánica.

b) ¿Qué velocidad tendrá el balón cuando esté a 5 m de altura sobre el suelo? ¿Cuántas veces está a esa altura? Dibújalo.

Está dos veces a esa altura, posiciones B y B'.

1. Iguala la energía mecánica en el suelo y a esa altura.

2. Observa si se anula algún término y divide por *m*.

3. Despeja y sustituye.

c) ¿A qué altura estará la pelota cuando vaya con una velocidad de 3 m/s? ¿Cuántas veces tendrá esa velocidad? Dibújalo.

Tendrá dos veces esa velocidad, en las posiciones C y C'.

1. Iguala la energía mecánica en el suelo y a esa altura.

2. Explica si algún término se anula y elimínalo y divide por *m*.

3. Despeja lo que te piden y sustituye los datos.

d) ¿Con qué velocidad caerá el balón al suelo? Razona la respuesta sin hacer ningún cálculo numérico.

EL RIZO

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

Si has visto alguna atracción en la que un vagón con ocupantes da una vuelta por el interior de un raíl circular sin estar sujetos a él te habrás preguntado: ¿cómo no se caerán al llegar al punto más alto?

Pensémoslo con nuestros conocimientos de dinámica, de movimiento circular y de conservación de la energía mecánica.

Sobre el vagón siempre actúan dos fuerzas:

- $\vec{P} \rightarrow$ Peso del vagón. Dirigido siempre hacia el centro de la Tierra. $\vec{P} = m\vec{g}$.
- $\vec{N} \rightarrow$ Normal del plano. Fuerza que ejerce el raíl sobre el vagón por la 3.ª ley de Newton. Dirigida hacia el centro de la circunferencia, pues es perpendicular al raíl.

Cuanto menor sea N, más ligeros nos sentiremos.

Como hay un movimiento circular, hay una fuerza centrípeta que va provocando el cambio de dirección de la velocidad:

$\vec{F}_C$ {
- Dirección: línea que une el vagón con el centro de la circunferencia.
- Sentido: hacia el centro de la circunferencia.
- Módulo: $F_C = m \cdot a_C = m \cdot \dfrac{v^2}{R}$

v = velocidad del vagón en cada punto; R = radio de la circunferencia.

Veamos qué fuerzas provocan esa fuerza centrípeta según la posición en la que esté el vagón en el rizo:

- En la posición 1:

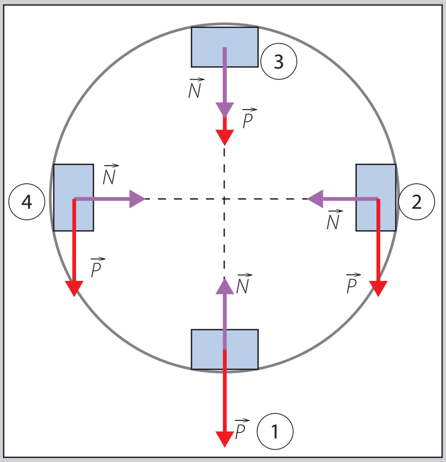
$$F_C = N - P$$

- En las posiciones 2 y 4:

$$F_C = N$$

- En la posición 3:

$$F_C = N + P$$



Para pensar qué ha de cumplirse para que el vagón dé la vuelta completa tenemos que recordar la posición 3. Como hemos visto, ahí se cumple:

$$F_C = N + P \rightarrow m\frac{v^2}{R} = N + mg$$

Observando la ecuación anterior vemos que como, m y R son constantes, cuanto mayor es v, mayor es N, por lo que cuanto más deprisa lleguemos arriba más pesados nos sentiremos, más sensación tendremos de estar pegados al raíl y, cuanto más despacio lleguemos arriba, más ligeros nos sentiremos, menos sensación tendremos de estar pegados al raíl. Pero: ¿con qué velocidad mínima ha de llegar el vagón al punto más alto del rizo para que pueda dar la vuelta?

Será aquella velocidad que nos haga sentir que no estamos pegados al raíl, que levitamos al llegar allí, o lo que es lo mismo, que $N = 0$.

$$\text{En la posición 3} \rightarrow m\frac{v^2}{R} = N + mg \rightarrow m\frac{v^2}{R} = mg \rightarrow \frac{v^2}{R} = g \rightarrow v = \sqrt{Rg}$$

(N =0.)

El vagón ha de llegar al punto 3 como mínimo con una velocidad $v = \sqrt{Rg}$ (donde R es el radio de la circunferencia, y g, la aceleración de la gravedad) para dar la vuelta completa.

EL RIZO

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

18 **¿Qué trayectoria seguiría el vagón si llegara a la posición 3 con $v < \sqrt{Rg}$? Haz un dibujo con diferentes velocidades menores que $\sqrt{Rg}$, incluyendo $v = 0$.**

SOLUCIÓN

a) **¿Que valor tendría *N* en los casos anteriores al llegar a la posición 3?**

b) **¿Cómo influye la masa en la velocidad con la que ha de llegar a la posición 3?**

c) **Si duplicamos el valor del radio de un rizo, ¿en qué factor aumenta la velocidad con la que ha de llegar un cuerpo a su altura máxima?**

d) **¿Con qué velocidad tendría que llegar al punto más alto de un rizo de radio 5 m una pelota lanzada por el rizo para que diese la vuelta completa?**

e) **¿Si el rizo estuviera en la Luna, ¿sería mayor o menor?**

19 **Tenemos una rampa desde la que podemos soltar una pelota, que finaliza en un rizo de radio $R = 50$ cm. Usando el principio de conservación de la energía mecánica, contesta.**

SOLUCIÓN

a) **¿A qué altura sobre el suelo como mínimo debe estar el punto de la rampa desde el que debemos soltar la pelota para que dé la vuelta completa al rizo?**

¡No sustituyas ningún dato hasta el paso final!

1. Haz un dibujo del problema señalando la posición inicial A (altura desde la que la suelto) y la posición final B (punto más alto del rizo).
2. Escribe el principio de conservación de la energía mecánica igualándola en ambas posiciones.
3. Si se anula algún término, elimínalo.

continúa →

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

4. Divide por m.

5. Despeja h_A.

6. Sustituye el dato R.

b) ¿A qué altura sobre el suelo está el punto de la rampa desde el que debemos soltar la pelota para que al llegar al punto más alto del rizo la pelota caiga en vertical en caída libre?

¡No sustituyas ningún dato hasta el paso final!

1. Haz un dibujo del problema señalando la posición inicial A (altura desde la que la suelto) y la posición final B (punto más alto del rizo).
2. Escribe el principio de conservación de la energía mecánica igualándola en ambas posiciones.

3. Elimina algún término si se anula y razona qué velocidad ha de tener la pelota en la posición B para que al llegar allí caiga en caída libre:

4. Despeja h_A y sustituye.

c) Di qué pasaría si la altura h_A desde la que suelto la pelota en la rampa es:

- $h_A > 2{,}5\ R$

- $2{,}5\ R > h_A > 2\ R$

- $h_A < 2\ R$

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

20 **Una moto con sidecar que está comenzando a averiarse debe llegar al final de una cuesta de 100 m de longitud y situada a 10 m sobre el suelo, ya que muy cerca se encuentra un taller. El copiloto baja a empujar y consigue que la moto comience a subir con una velocidad inicial de 5 m/s manteniendo una fuerza constante durante la subida de 200 N. El motor de la moto ejerce también durante la subida una fuerza de 500 N, y el rozamiento es de 150 N. La moto con el piloto tienen una masa de 350 kg. ¿Con qué velocidad llegará arriba de la cuesta?**

SOLUCIÓN

1. Haz un dibujo del problema dibujando todas las fuerzas.

2. Señala en el dibujo la posición inicial A (abajo) y la posición final B (arriba) y escribe el principio de conservación de la energía.

3. Despeja v_B y sustituye los datos.

LA ENERGÍA POTENCIAL AUMENTA CON EL DESEQUILIBRIO

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

La energía potencial es una forma de energía que puede tener un sistema, que aumenta cuando aumenta su desequilibrio. La hay de muchos tipos: energía potencial gravitatoria, energía potencial elástica, energía potencial eléctrica...

21 **Tenemos un sistema compuesto por una masa *m* y la Tierra.**

SOLUCIÓN

a) ¿Cual es la tendencia natural de ambas masas?

b) ¿Cuándo aumenta su desequilibrio?

c) Haz un dibujo, escribe la expresión de energía potencial gravitatoria y comprueba que aumenta cuando aumenta el desequilibrio.

22 **Tenemos un sistema formado por un muelle del que puede colgarse una masa y hacerla oscilar arriba y abajo.**

SOLUCIÓN

a) ¿Cuál es la tendencia natural del muelle?

b) ¿Cuándo aumenta su desequilibrio?

c) Haz un dibujo, escribe la expresión de energía potencial elástica y comprueba que aumenta cuando aumenta el desequilibrio.

d) ¿Cuándo aumenta más el desequilibrio, cuando comprimes el muelle una longitud Δx o cuando lo estiras esa misma longitud?

23 **Tenemos un sistema compuesto por dos cargas eléctricas del mismo signo.**

SOLUCIÓN

a) ¿Cuál es la tendencia natural de ambas cargas?

b) ¿Cuándo aumenta su desequilibrio?

c) Sabiendo que la expresión de la energía potencial eléctrica es $E_P = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r}$ con q_1 y q_2 el valor de las cargas, *r* la distancia que las separa y *K* una constante, haz un dibujo y razona si E_P aumenta con el desequilibrio.

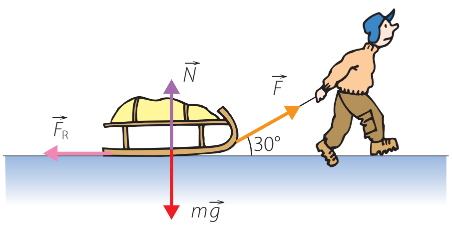
NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

1. EJERCICIO RESUELTO

Antonio arrastra su trineo de 80 kg de masa por un plano horizontal en el que el coeficiente de rozamiento es 0,1. Para ello tira de él mediante una cuerda que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Si la fuerza que aplica es de 100 N, ¿qué trabajo ha realizado después de recorrer 100 m?

SOLUCIÓN

El movimiento de Antonio y su trineo es rectilíneo y uniforme, de manera que la suma todas las fuerzas que actúan sobre el trineo es nula. La normal compensa la diferencia entre del peso y la componente vertical de la fuerza:



$$0 = \vec{N} + \vec{F} + \vec{P} + \vec{F}_R \rightarrow 0 = N + F \cdot \text{sen } 30° - m \cdot g$$

Y la componente paralela de la fuerza compensa la fuerza de rozamiento:

$$0 = F \cdot \cos 30° - \mu \cdot N \rightarrow 0 = F \cdot \cos 30° - \mu \cdot (m \cdot g - F \cdot \text{sen } 30°)$$

De manera que:

$$F = \frac{\mu \cdot m \cdot g}{\cos 30° + \mu \cdot \text{sen } 30°} = \frac{0{,}1 \cdot 80 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2}{0{,}87 + 0{,}1 \cdot 0{,}5} = 85{,}6 \text{ N}$$

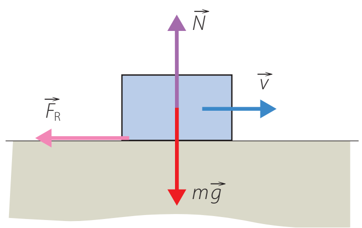
El trabajo que realiza una fuerza constante en un desplazamiento rectilíneo es el producto escalar de la fuerza por el vector desplazamiento:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{s} \rightarrow W = F \cdot \Delta s \cdot \cos 30° = 85{,}6 \text{ N} \cdot 100 \text{ m} \cdot 0{,}87 = 7447 \text{ J}$$

1 **Se lanza un cuerpo de 2 kg por un plano horizontal en el que el coeficiente de rozamiento vale 0,2. Si la velocidad inicial es de 4 m/s, calcula el trabajo total realizado por la fuerza de rozamiento hasta pararse.**

SOLUCIÓN

La normal coincide en valor con el peso, y la componente paralela y la fuerza de rozamiento induce una aceleración a al cuerpo contraria a su movimiento:



$$m \cdot a = \mu \cdot N \rightarrow m \cdot a = \mu \cdot m \cdot g \rightarrow$$

$$\rightarrow a = \mu \cdot g = 0{,}2 \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 1{,}96 \text{ m/s}^2$$

Con esta aceleración el cuerpo se mueve durante un tiempo:

$$v = v_0 - a \cdot t \rightarrow 0 = 4 \text{ m/s} - 1{,}96 \text{ m/s}^2 \cdot t \rightarrow t = 2{,}04 \text{ s}$$

Durante ese tiempo el cuerpo recorre un espacio igual a:

$$s - s_0 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2}at^2 \rightarrow \Delta s = 4 \text{ m/s} \cdot 2{,}04 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 1{,}96 \text{ m/s}^2 \cdot 2{,}04^2 \text{ s}^2 = 4{,}08 \text{ m}$$

La fuerza de rozamiento tiene la dirección del movimiento, y sentido contrario:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{s}$$

El trabajo que realiza será negativo, y su valor es:

$$W = F_R \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = (\mu \cdot m\,g) \cdot \Delta s \cdot \cos 180° \rightarrow$$

$$\rightarrow W = 0{,}2 \cdot 2 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 4{,}08 \text{ m} \cdot (-1) = -16 \text{ J}$$

NOMBRE: ____________ CURSO: ________ FECHA: ________

2 **Una grúa sube un contenedor de 1000 kg desde el suelo hasta una altura de 20 m. Calcula:**

SOLUCIÓN

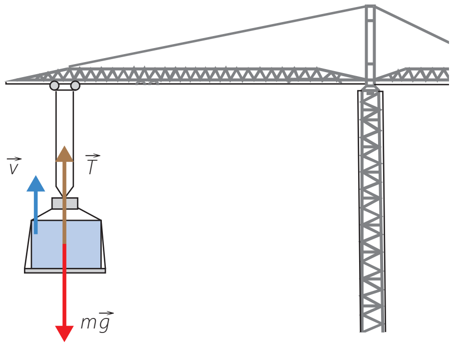
a) El trabajo realizado por la grúa.

La fuerza que ejerce la grúa sobre el contenedor es la tensión, y es igual en módulo y dirección al peso, pero de sentido contrario,

$$0 = \vec{T} \cdot \vec{P} \rightarrow 0 = T - m \cdot g$$

El trabajo que realiza la grúa es el que realiza la normal sobre el cuerpo durante su desplazamiento. Como el desplazamiento tiene la dirección y el sentido de la fuerza:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{s}$$



Resulta que:

$$W = T \cdot \Delta s \cdot \cos 0° = (m \cdot g) \cdot \Delta s \cdot \cos 0° = 1000 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 20 \text{ m} \cdot 1 = 196\,000 \text{ J}$$

b) El trabajo realizado por el peso.

Durante el desplazamiento el peso es igual y de sentido contrario a la tensión. El trabajo será, por tanto, igual pero de signo contrario:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{s} \rightarrow W = P \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = (m\,g) \cdot \Delta s \cdot \cos 180° \rightarrow$$
$$\rightarrow W = 1000 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 20 \text{ m} \cdot (-1) = -196\,000 \text{ J}$$

3 **Un coche de 1500 kg acelera pasando de 0 a 100 km/h en 9 s. Si el coeficiente de rozamiento entre las ruedas y el suelo es $\mu = 0{,}1$ calcula el trabajo producido por el motor del coche, así como el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.**

SOLUCIÓN

El motor tira del coche con una fuerza $\vec{F}$ que le induce una aceleración $\vec{a}$ que verifica:

$$\vec{F} + \vec{F}_R = m\vec{a} \rightarrow m \cdot a = F - F_R$$

O bien:

$$F = m \cdot a + \mu \cdot m \cdot g$$

Como el coche pasa de 0 m/s a 27,78 m/s en 9 s, su aceleración vale:

$$v = v_0 - a\,t \rightarrow 27{,}78 \text{ m/s} = 0 + a \cdot 9 \text{ s} \rightarrow a = 3{,}09 \text{ m/s}^2$$

Durante ese tiempo el coche avanza:

$$s - s_0 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow \Delta s = 0 \cdot 9 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 3{,}09 \text{ m/s}^2 \cdot 9^2 \text{ s}^2 = 125{,}15 \text{ m}$$

La fuerza ejercida por el motor es:

$$F = m\,a + \mu \cdot m \cdot g = 1500 \text{ kg} \cdot 3{,}09 \text{ m/s}^2 + 0{,}1 \cdot 1500 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 6105 \text{ N}$$

Se aplica en la dirección del desplazamiento; por tanto, el trabajo que realiza es:

$$W = F \cdot \Delta s \cdot \cos 0° = 6105 \text{ N} \cdot 125{,}15 \text{ m} \cdot 1 = 764\,041 \text{ J}$$

La fuerza de rozamiento se aplica en sentido contrario al desplazamiento, y realiza un trabajo igual a:

$$W = F_R \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = (\mu \cdot m \cdot g) \cdot \Delta s \cdot \cos 180° \rightarrow$$
$$\rightarrow W = 0{,}1 \cdot 1500 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 125{,}15 \text{ m} \cdot (-1) = -183\,971 \text{ J}$$

POTENCIA Y RENDIMIENTO

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

2. EJERCICIO RESUELTO

Un coche circula a la velocidad de 90 km/h durante un tramo recto de 800 m. Calcula la potencia desarrollada por el motor del coche si la masa del coche es de 1000 kg y el coeficiente de rozamiento entre el suelo y las ruedas es $\mu = 0{,}2$.

SOLUCIÓN

El motor ejerce una fuerza sobre el coche igual a la fuerza de rozamiento para mantener su movimiento uniforme:

$$0 = \vec{F} + \vec{F}_R \rightarrow 0 = F - \mu \cdot m \cdot g \rightarrow F = \mu \cdot m \cdot g = 0{,}2 \cdot 1000 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 1960 \text{ N}$$

El trabajo que desarrolla esa fuerza durante los 800 m que dura el desplazamiento es:

$$W = F \cdot \Delta s = 1960 \text{ N} \cdot 800 \text{ m} = 1\,568\,000 \text{ J}$$

El tiempo que el coche mantiene su movimiento uniforme es:

$$t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{800 \text{ m}}{25 \text{ m/s}} = 32 \text{ s}$$

Por tanto, la potencia del motor durante ese tiempo es:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{1\,568\,000 \text{ J}}{32 \text{ s}} = 49\,000 \text{ W}$$

4 **Una bomba de agua es capaz de subir 100 litros por segundo hasta una altura de 20 m. Sabiendo que la potencia nominal de la bomba es de 25 kW, calcula cuál es el rendimiento que se obtiene.**

SOLUCIÓN

El trabajo que realiza la bomba cada segundo es el realizado al subir un peso de 100 kg una altura de 20 m:

$$W = m \cdot g \cdot \Delta s = 100 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 20 \text{ m} = 19\,600 \text{ J}$$

Como este trabajo lo realiza la bomba cada segundo, la potencia que utiliza es:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{19\,600 \text{ J}}{1 \text{ s}} = 19\,600 \text{ W}$$

Sin embargo, la potencia de la bomba es 25 kW, así que el rendimiento de la bomba es:

$$r = \frac{\text{potencia útil}}{\text{potencia nominal}} = \frac{19\,600 \text{ W}}{25\,000 \text{ W}} = 0{,}784 = 78{,}4\ \%$$

5 **La subida al Hotel Bali de Benidorm se celebra cada año. El ganador de 2007 empleó 4 minutos y 53 segundos en subir corriendo los 52 pisos del hotel. En total, 930 escalones que le llevaron hasta la azotea. Si cada escalón tiene 22 cm de alto y suponemos que el ganador tiene una masa de 63 kg, calcula la potencia que desarrollaron sus piernas.**

SOLUCIÓN

El ganador de la subida al Hotel Bali subió con la potencia de sus piernas 63 kg la altura de 930 escalones de 22 cm, es decir, 204,6 m en 4 min y 53 s.

El trabajo que realizó durante la travesía fue:

$$W = m \cdot g \cdot \Delta s = 63 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 204{,}6 \text{ m} = 126\,320 \text{ J}$$

Como este trabajo lo realizó en 293 s, la potencia que desarrollaron sus piernas fue:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{126\,320 \text{ J}}{293 \text{ s}} = 431 \text{ W}$$

POTENCIA Y RENDIMIENTO

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

6 **El rendimiento de un motor de coche depende de diferentes factores, como la carga, la velocidad…, pero se ha estimado que, por término medio, se puede estimar en torno al 20 % el rendimiento en condiciones no ideales. Considera el precio del litro de gasolina de 1,3 € y un consumo a 120 km/h de 9 litros cada 100 km.**

SOLUCIÓN

a) **Calcula la cantidad que nos gastamos en un viaje de 400 km por autovía a la velocidad máxima permitida.**

En un viaje de 400 km/h a 120 km/h el coche consume 30 litros de gasolina. Como cada litro de gasolina cuesta 1,3 €, el viaje cuesta 39 €.

b) **Calcula la cantidad que gastaríamos si el rendimiento fuera del 80 %.**

En el viaje del enunciado solo el 20 % de la potencia del coche es útil: de los 30 L utilizados solo sería necesaria la potencia que desarrollan 6 litros.

Si el rendimiento del motor fuera del 80 % necesitaríamos los mismos 6 L para desarrollar la potencia útil. La potencia teórica sería tal que:

$$r = \frac{\text{potencia útil}}{\text{potencia teórica}} = \frac{\text{cte.} \cdot (6 \text{ litros})}{\text{cte.} \cdot (x \text{ litros})} = 80\,\% \rightarrow x = \frac{6}{0{,}8} = 7{,}5 \text{ L}$$

Estos 7,5 L suponen un gasto de 9,75 €.

7 **Alberto tira de su trineo y lo sube por una pendiente de 30° en la que el coeficiente de rozamiento es 0,1. La masa del trineo es de 50 kg y Alberto recorre, partiendo del reposo, una distancia de 30 m en 12 s con un movimiento acelerado. Calcula la potencia desarrollada por Alberto.**

SOLUCIÓN

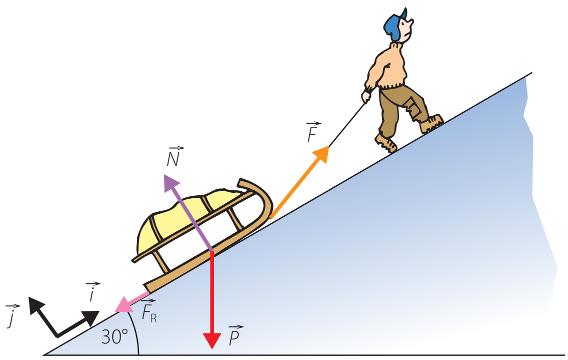
Alberto tira de su trineo con una fuerza necesaria para compensar el rozamiento y la componente paralela del peso y así mantener un movimiento acelerado:

$$m \cdot a = F - \mu \cdot N - m \cdot g \cdot \text{sen } 30°$$

Calculamos la aceleración utilizando cinemática:

$$s - s_0 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 30 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 12^2 \text{ s}^2 \rightarrow a = 0{,}42 \text{ m/s}^2$$



Además, la normal se calcula revisando la ecuación dinámica para la componente perpendicular al plano:

$$0 = N - m \cdot g \cdot \cos 30°$$

Por tanto, la fuerza que ejerce Alberto sobre el trineo es:

$$F = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 30° + m \cdot g \cdot \text{sen } 30° + m \cdot a = 308{,}6 \text{ N}$$

Alberto aplica esa fuerza sobre el trineo para desplazarlo 30 m, y el trabajo que realiza en esa acción es:

$$W = F \cdot \Delta s = 308{,}6 \text{ N} \cdot 30 \text{ m} = 9258 \text{ J}$$

Como tarda en realizar el trabajo 12 s, la potencia que desarrolla es:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{9258 \text{ J}}{12 \text{ s}} = 771{,}5 \text{ W}$$

TRABAJO, ENERGÍA CINÉTICA Y ENERGÍA POTENCIAL

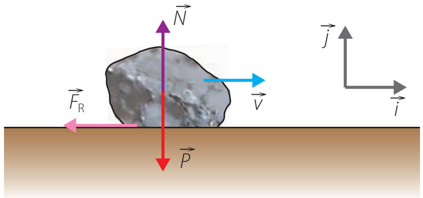
NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

3. EJERCICIO RESUELTO

Leire ha lanzado una piedra de 100 g con una velocidad inicial de 3 m/s para que deslice por un plano horizontal. Si el coeficiente de rozamiento entre la piedra y el plano es 0,2, calcula la distancia recorrida por la piedra.

a) Aplicando la segunda ley de Newton. **b) Mediante razonamientos energéticos.**

SOLUCIÓN



a) Las fuerzas que actúan sobre la piedra son el peso, la normal y la fuerza de rozamiento. La normal compensa el peso, y la fuerza de rozamiento induce una aceleración al cuerpo contraria al movimiento:

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F}_R \rightarrow m \cdot a = \mu \cdot m \cdot g \rightarrow$$
$$\rightarrow a = \mu \cdot g = 0{,}2 \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 1{,}96 \text{ m/s}^2$$

El cuerpo sometido a una aceleración contraria a su movimiento frena hasta parar en un tiempo t:

$$v = v_0 - a \cdot t \rightarrow 0 = 3 \text{ m/s} - 1{,}96 \text{ m/s}^2 \cdot t \rightarrow t = 1{,}53 \text{ s}$$

Durante ese tiempo recorre un espacio s:

$$\Delta s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2}at^2 = 3 \text{ m/s} \cdot 1{,}53 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 1{,}96 \text{ m/s}^2 \cdot 1{,}53^2 \text{ s}^2 = 2{,}30 \text{ m}$$

La distancia que recorre la piedra hasta parar es de 2 m y 30 cm.

b) La piedra tiene una energía cinética inicial:

$$E_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \text{ kg} \cdot 3^2 \text{ (m/s)}^2 = 0{,}45 \text{ J}$$

Sin embargo, su energía cinética final es cero; y, por tanto:

$$\Delta E = E_F - E_0 = -0{,}45 \text{ J}$$

El teorema de las fuerzas vivas (o de la energía cinética) asegura que el trabajo que realiza la resultante es igual a la variación de energía cinética. La resultante coincide con la fuerza de rozamiento (el peso y la normal son iguales y de sentido contrario), que es constante. El trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es negativo, porque es una fuerza de sentido contrario a la velocidad de la piedra:

$$W = F_R \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = \mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = 0{,}2 \cdot 0{,}1 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot \Delta s \cdot (-1) = -0{,}196 \cdot \Delta s$$

Como este trabajo ha de ser igual a la variación de energía se tiene que:

$$-0{,}196 \cdot \Delta s = -0{,}45 \rightarrow s = 2{,}30 \text{ m}$$

La distancia que recorre la piedra hasta parar es de 2 m y 30 cm.

8 **Subimos un bulto de 10 kg a la caja de un camión situada a una altura de 1 m. Calcula el trabajo que realizamos en cada uno de los siguientes casos:**

SOLUCIÓN

a) Levantamos el bulto verticalmente desde el suelo hasta la caja del camión.

El primer principio de la termodinámica asegura que, como no hay intercambio de calor en el sistema, el trabajo realizado al elevar el bulto coincide con el incremento de energía del sistema. Inicialmente el bulto está parado en el suelo, y al final está quieto y a una altura $h = 1$ m sobre el suelo. La diferencia de energía potencial entre las dos situaciones es:

$$\Delta E_P = m \cdot g \cdot \Delta h = m \cdot g \cdot h = 10 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ m} = 98 \text{ J}$$

Y el trabajo, por tanto, es:

$$W = \Delta E_P = 98 \text{ J}$$

continúa →

NOMBRE: CURSO: FECHA:

b) Empujamos el bulto por una rampa de 30° de inclinación sobre la que no hay rozamiento.

En este supuesto las condiciones son las mismas que en el supuesto anterior. Como el bulto está inicial y finalmente en reposo y el trabajo realizado coincide con el incremento de energía potencial:

$$W = \Delta E_P = m \cdot g \cdot \Delta h = m \cdot g \cdot h = 10\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 1\ \text{m} = 98\ \text{J}$$

c) Empujamos el bulto por una rampa de 30° de inclinación sobre la que el coeficiente de rozamiento es 0,1.

La fuerza de rozamiento realiza un trabajo negativo sobre el bulto. La suma del trabajo negativo de la fuerza de rozamiento más el trabajo que realizamos será igual al incremento de la energía potencial.

$$W + W_R = \Delta E_P$$

La distancia que recorre el bulto sobre la rampa es:

$$\text{sen } 30° = \frac{1\ \text{m}}{\Delta s} \rightarrow \Delta s = \frac{1\ \text{m}}{\text{sen } 30°} = 2\ \text{m}$$

Las ecuaciones de la dinámica del sistema establecen que la normal es igual en módulo a la componente perpendicular del peso:

$$N = m \cdot g \cdot \cos 30°$$

Y el trabajo de la fuerza de rozamiento es:

$$W_R = F_R \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = \mu \cdot N \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = \mu \cdot (m \cdot g \cdot \cos 30°) \cdot \Delta s \cdot \cos 180° =$$
$$= 0{,}1 \cdot 10\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 0{,}5 \cdot 2\ \text{m} \cdot (-1) = -9{,}8\ \text{J}$$

Por tanto:

$$W + W_R = \Delta E_P \rightarrow W - 9{,}8\ \text{J} = 98\ \text{J} \rightarrow W = 107{,}8\ \text{J}$$

El trabajo que realizamos en este caso es mayor que en los casos anteriores.

9 **Un coche de 1000 kg avanza por una carretera horizontal, pasando de 36 a 90 km/h en un tramo de 120 m. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento entre las ruedas y el suelo es 0,1, calcula la fuerza aplicada por el motor del coche.**

SOLUCIÓN

a) Aplicando la segunda ley de Newton.

El coche avanza en horizontal 120 m partiendo con una velocidad de 10 m/s hasta alcanzar la velocidad de 25 m/s. Su aceleración se calcula utilizando las ecuaciones de la cinemática:

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow 25\ \text{m/s} = 10\ \text{m/s} + a \cdot t \rightarrow t = \frac{25\ \text{m/s} - 10\ \text{m/s}}{a}$$

Sustituyendo el tiempo:

$$\Delta s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

Se tiene:

$$120 = 10 \cdot \frac{25 - 10}{a} + \frac{1}{2} a \cdot \left(\frac{25 - 10}{a}\right)^2 \rightarrow$$
$$\rightarrow 120 = \frac{150}{a} + \frac{225}{2a} \rightarrow a = 2{,}1875\ \text{m/s}^2$$

La fuerza F que ejerce el motor infiere al coche esta aceleración. La ecuación de la dinámica establece que:

$$m \cdot a = F - F_R = F - \mu \cdot m \cdot g \rightarrow$$
$$1000\ \text{kg} \cdot 2{,}1875\ \text{m/s}^2 = F - 0{,}1 \cdot 1000\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \rightarrow F = 3167{,}5\ \text{N}$$

continúa →

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Esta fuerza desarrolla un trabajo sobre el coche igual a:

$$W = F \cdot \Delta s \cdot \cos 0° = 3167{,}5 \text{ N} \cdot 120 \text{ m} \cdot 1 = 380\,100 \text{ J}$$

El primer principio de la termodinámica asegura que, como no hay intercambio de calor en el sistema, el trabajo realizado al elevar el bulto coincide con el incremento de energía del sistema.
Inicialmente el bulto está parado en el suelo, y al final está quieto y a un metro sobre el suelo.

b) Mediante razonamientos energéticos.

El incremento de energía cinética del coche es su recorrido es:

$$\Delta E_C = \frac{1}{2}mv_F^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 1000 \text{ kg} \cdot 25^2 \text{ (m/s)}^2 - \frac{1}{2} \cdot 1000 \text{ kg} \cdot 10^2 \text{ (m/s)}^2 = 262\,500 \text{ J}$$

El trabajo, negativo, que realiza la fuerza de rozamiento, es:

$$W_R = F_R \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = \mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta s \cdot (-1) = -0{,}1 \cdot 1000 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 120 \text{ m} = -117\,600 \text{ J}$$

El teorema de la energía cinética asegura que la suma de trabajos aplicados sobre el sistema es igual a la variación de energía cinética. Como los trabajos realizados son los del motor (W) y la fuerza rozamiento (W_R) se tiene:

$$W + W_R = \Delta E_C \rightarrow W - 117\,600 \text{ J} = 262\,500 \text{ J} \rightarrow W = 380\,100 \text{ J}$$

En efecto, el resultado coincide con el obtenido con diferente método en el apartado anterior.

10 Un cohete de 5000 kg de masa despega alcanzando una altura de 200 m en 8 s con un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Calcula:

SOLUCIÓN

a) El trabajo realizado por el peso del cohete.

El trabajo realizado por el peso del cohete es negativo, porque fuerza y desplazamiento tienen sentidos contrarios:

$$W_g = m \cdot g \cdot \Delta h \cdot \cos 180° = 5000 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 200 \text{ m} \cdot (-1) = -9\,800\,000 \text{ J}$$

b) El trabajo realizado por los motores.

El incremento de energía cinética del cohete se calcula teniendo en cuenta que parte del reposo y sube 200 m en 8 s con movimiento uniformemente acelerado:

$$\Delta h = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow 200 \text{ m} = \frac{1}{2}a \cdot 8^2 \text{ s}^2 \rightarrow a = 6{,}25 \text{ m/s}^2$$

La velocidad en el momento final es:

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow v = 0 + 6{,}25 \text{ m/s}^2 \cdot 8 \text{ s} = 50 \text{ m/s}$$

Por tanto:

$$\Delta E_C = \frac{1}{2}mv_F^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 5000 \text{ kg} \cdot 50^2 \text{ (m/s)}^2 - 0 = 6\,250\,000 \text{ J}$$

Sobre el cohete se realizan dos trabajos: el trabajo que realiza el peso del cohete, W_g, y el trabajo realizado por el motor del cohete, W_c. La suma de los trabajos aplicados es igual al incremento de energía cinética:

$$W_g + W_c = \Delta E_C \rightarrow -9\,800\,000 \text{ J} + W_c = 6\,250\,000 \text{ J} \rightarrow W_c = 16\,050\,000 \text{ J}$$

11 Tenemos un resorte que sigue la ley de Hooke y cuya constante de elasticidad vale 20 N/cm. Calcula el trabajo que realizamos cuando tiramos de él desde la posición de equilibrio hasta alcanzar un alargamiento de 8 cm.

SOLUCIÓN

El trabajo realizado al tirar de un resorte con constante de elasticidad 2000 N/m que alcanza un alargamiento de 0,08 m se emplea en aumentar su energía potencial elástica. Calculando esta obtendremos el valor del trabajo:

$$W = \Delta E_P = \frac{1}{2}k \cdot \Delta l^2 - 0 = \frac{1}{2} \cdot 2000 \text{ N/m} \cdot 0{,}08^2 \text{ m}^2 = 6{,}4 \text{ J}$$

CONSERVACIÓN DE ENERGÍA MECÁNICA (I)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

4. EJERCICIO RESUELTO

Tres amigos suben en la montaña rusa y ascienden hasta la primera cima, situada a 20 m de altura. Con una velocidad de 1 m/s inician la caída por la primera rampa. Suponiendo que no hay pérdidas de energía por rozamiento, calcula la velocidad con la que llegarán a un punto situado a 15 m de altura.

SOLUCIÓN

El principio de conservación de la energía mecánica afirma que cuando sobre un sistema actúan solo fuerzas conservativas, la energía mecánica total se conserva. Sobre el coche de la montaña rusa todas las fuerzas son conservativas porque se supone que no hay rozamiento. Por tanto, el incremento de energía del sistema tiene que ser nulo:

$$\Delta E_C + \Delta E_P = 0 \rightarrow \left(\frac{1}{2}mv_F^2 - \frac{1}{2}mv_0^2\right) + m \cdot g \cdot \Delta h = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow v_F^2 - v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta h = 0 \rightarrow v_F^2 - 1^2\ \text{m}^2/\text{s}^2 + 2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (15 - 20)\ \text{m} = 0 \rightarrow v_F = 9{,}95\ \text{m/s}$$

12 **La velocidad de una bala de pistola ronda los 540 km/h a la salida del arma. Suponiendo que disparamos verticalmente y que no existe rozamiento con el aire.**

SOLUCIÓN

a) Calcula la altura máxima alcanzada por el proyectil.

El principio de conservación de la energía mecánica asegura que en ausencia de fuerzas disipativas la energía mecánica se conserva. En el momento del disparo la bala parte con una velocidad de 150 m/s y tiene una energía cinética que, en la altura máxima, en la que la velocidad se anula, se transforma en energía potencial. Así el incremento de energía de la bala será nulo:

$$\Delta E_C + \Delta E_P = 0 \rightarrow \left(\frac{1}{2}mv_F^2 - \frac{1}{2}mv_0^2\right) + m \cdot g \cdot \Delta h = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 0^2 - 150^2 + 2 \cdot 9{,}8 \cdot \Delta h = 0 \rightarrow \Delta h = 1148\ \text{m}$$

b) Calcula la altura en la que la energía cinética es el doble que la energía potencial.

Si, a partir del disparo, la energía cinética de la bala disminuye hasta anularse en el punto más alto y el incremento de energía potencial aumenta desde cero, en algún punto del recorrido de subida, de altura h' sobre la pistola, la energía cinética asociada a su velocidad v' doblará el aumento de energía potencial:

$$\frac{1}{2}mv'^2 = 2mg \cdot \Delta h' \rightarrow v'^2 = 4\,g \cdot \Delta h'$$

Pero en ese punto también es nulo el incremento de energía mecánica:

$$\Delta E'_C + \Delta E'_P = 0 \rightarrow \left(\frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv_0^2\right) + mg \cdot \Delta h' = 0 \rightarrow v'^2 - v_0^2 + 2g \cdot \Delta h' = 0$$

Como en ese punto $v'^2 = 4\,g \cdot \Delta h'$, se tiene:

$$4g \cdot \Delta h' - v_0^2 + 2g \cdot \Delta h' = 0 \rightarrow 6g \cdot \Delta h' = v_0^2 \rightarrow 6 \cdot 9{,}8 \cdot \Delta h' = 150^2 \rightarrow \Delta h' = 382{,}7\ \text{m}$$

Que es un tercio de la altura máxima que alcanza la bala. En efecto, para que la energía cinética sea el doble de la potencial, aquella ha de ser un tercio de la energía mecánica, y esta, la potencial, dos tercios de la energía mecánica.

CONSERVACIÓN DE ENERGÍA MECÁNICA (I)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

13 **Un ciclista que va a 5 m/s se deja caer sin pedalear por una rampa inclinada 15° y cuya longitud es de 200 m. Si el coeficiente de rozamiento es 0,2 y la masa del ciclista junto con su bicicleta es de 80 kg, calcula:**

SOLUCIÓN

a) La energía perdida por rozamiento a lo largo de la rampa.

La energía perdida coincide en valor el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento:

$$W_R = \mu \cdot (m \cdot g \cdot \cos 15°) \cdot \Delta s \cdot \cos 180° \rightarrow W_R = 0{,}2 \cdot 80 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 0{,}97 \cdot 200 \text{ m} \cdot (-1) = -30\,419{,}2 \text{ J}$$

La energía disipada en forma de calor es 30 419,2 J.

b) La velocidad con la que llega el ciclista al final de la rampa.

En esta situación la energía mecánica no se conserva, puesto que hay fuerzas disipativas. Sin embargo, sí se conserva la energía total:

$$\Delta E_C + \Delta E_P + \Delta E_{\text{no conservativa}} = 0 \rightarrow \left(\frac{1}{2}mv_F^2 - \frac{1}{2}mv_0^2\right) + mg \cdot \Delta h + \Delta E_{\text{no conservativa}} = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(\frac{1}{2} \cdot 80 \cdot v_F^2 - 0\right) + 80 \cdot 9{,}8 \cdot (0 - 200 \cdot \text{sen}15°) + 30\,419{,}2 = 0 \rightarrow v_F = 15{,}9 \text{ m/s} \simeq 57 \text{ km/h}$$

c) La altura que alcanzaría en una segunda rampa ascendente situada justo al final de la anterior con igual coeficiente de rozamiento y cuya inclinación es de 30°.

La energía perdida ahora por rozamiento es:

$$W'_R = \mu \cdot (m \cdot g \cdot \cos 30°) \cdot \Delta s' \cdot \cos 180° \rightarrow \Delta E'_{\text{no conservativa}} = \mu \cdot (m \cdot g \cdot \cos 30°) \cdot \frac{h'}{\text{sen } 30°}$$

La energía total del sistema se conserva y, por tanto:

$$\Delta E'_C + \Delta E'_P + \Delta E'_{\text{no conservativa}} = 0 \rightarrow \left(-\frac{1}{2}mv'^2_0\right) + mg \cdot \Delta h' + \Delta E'_{\text{no conservativa}} = 0$$

Suponemos que la velocidad inicial de este tramo coincide con la velocidad del tramo anterior:

$$\left(-\frac{1}{2}mv_F^2\right) + mg \cdot (h' - 0) + \mu \cdot mg \cdot \cos 30° \cdot \left(\frac{h'}{\text{sen } 30°}\right) = 0 \rightarrow g \cdot h' + \mu \cdot g \cdot h' \cdot \text{cotg } 30° = \frac{1}{2}v_F^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow h' = \frac{v_F^2}{2g \cdot (1 + \mu \cdot \text{cotg } 30°)} = \frac{15{,}9^2}{2 \cdot 9{,}8 \cdot (1 + 0{,}2 \cdot 1{,}73)} = 9{,}58 \text{ m}$$

La altura que alcanza en la segunda rampa ascendente es 5 m y 63 cm.

14 **Un cohete que sube verticalmente rompe el motor cuando se encuentra a 500 m de altura y su velocidad es de 40 m/s. Calcula:**

SOLUCIÓN

a) La altura máxima que alcanzará antes de caer.

Suponemos que no hay pérdidas por rozamiento y, por tanto, la energía mecánica se conserva:

$$\Delta E_C + \Delta E_P = 0 \rightarrow \left(0 - \frac{1}{2}mv_0^2\right) + mg \cdot (h - h_0) = 0 \rightarrow h = h_0 + \frac{v_0^2}{2g} = 500 + 81{,}6 = 581{,}6 \text{ m}$$

La altura máxima del cohete son los 81,6 m que ha subido sobre los 500 m de altura que tenía cuando se averió el motor, es decir, 581,6 m.

b) La velocidad con la que chocará con el suelo.

De nuevo no hay pérdidas por rozamiento, así que la energía mecánica es constante y el incremento entre las posiciones más alta y más baja en la caída de cohete es nulo:

$$\Delta E'_C + \Delta E'_P = 0 \rightarrow \left(\frac{1}{2}mv'^2_F - 0\right) + mg \cdot (0 - h) = 0 \rightarrow v_F = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 581{,}6} = 106{,}8 \text{ m/s}$$

El cohete choca contra el suelo a una velocidad de 106,8 m/s.

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA (II)

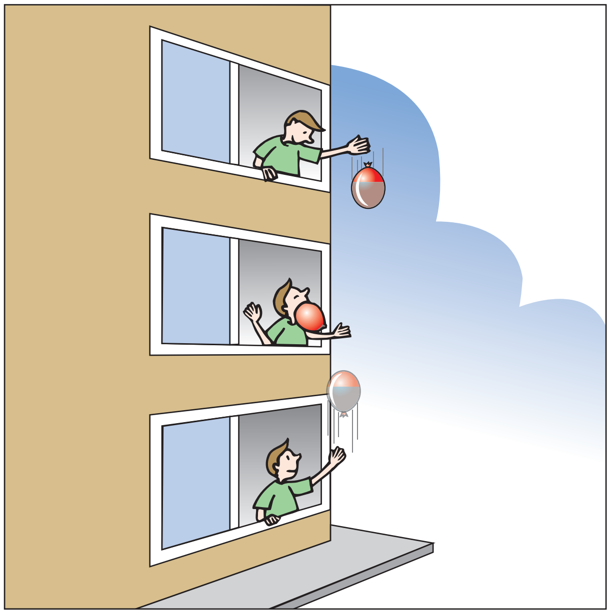
NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

15 **Dos amigos, vecinos de un mismo edificio están asomados a sus ventanas, que distan del suelo lo que indica el dibujo. El vecino de arriba llena un globo de agua y se lo lanza al de abajo imprimiéndole una velocidad de 3 m/s.**

SOLUCIÓN

a) Enuncia el principio de conservación de la energía mecánica y explica qué le va pasando a la energía cinética, potencial y mecánica del globo mientras baja. Ve completando el dibujo con los datos que vas obteniendo en los demás apartados.

Cuando solo actúa la fuerza gravitatoria, la energía mecánica permanece constante. Según baja el globo, va disminuyendo su energía potencial en la misma medida que va aumentando la energía cinética, permaneciendo invariable la suma de ambas, que es la energía mecánica.



b) ¿Con qué velocidad le llegará el globo a la cabeza del vecino de abajo?

1. Iguala la energía mecánica en las dos posiciones que te interese.

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{M\,A} = E_{M\,C} \rightarrow E_{C\,A} + E_{P\,A} = E_{C\,C} + E_{P\,C} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

2. Explica si algún término se anula y elimínalo.

   No se anula ningún término, pues las dos alturas y las dos velocidades son distintas de cero.

3. Divide por *m*.

$$\frac{1}{2}v_A^2 + gh_A = \frac{1}{2}v_C^2 + gh_C$$

4. Despeja lo que te piden y sustituye los datos.

$$\frac{1}{2}v_A^2 + gh_A = \frac{1}{2}v_C^2 + gh_C \rightarrow v_B^2 = v_A^2 + 2gh_A - 2gh_B \rightarrow$$

$$\rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 + 2g \cdot (h_A - h_B)} = \sqrt{3^2 + 2 \cdot 9{,}8 \cdot (20 - 5)} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_B = 17{,}4 \text{ m/s}$$

   Fíjate que, como lo que importa es $(h_A - h_B)$ podíamos haber resuelto el problema tomando como nivel de $h = 0$ el vecino de abajo $\rightarrow h_B = 0$ y $h_A = 15$ m y los cálculos hubiesen sido más sencillos, pues $E_{P\,B} = 0$.

continúa →

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Si el vecino de abajo hubiese esquivado el globo, ¿con qué velocidad hubiese llegado este al suelo?

1. Iguala la energía mecánica en las dos posiciones que te interese.

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{MA} = E_{MC} \rightarrow E_{CA} + E_{PA} = E_{CC} + E_{PC} \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

2. Explica si algún término se anula y elimínalo.

$h_C = 0$ (suelo). Por tanto:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2$$

3. Divide por m.

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 \rightarrow \frac{1}{2}v_A^2 + gh_A = \frac{1}{2}v_C^2$$

4. Despeja lo que te piden y sustituye los datos.

$$\frac{1}{2}v_C^2 = \frac{1}{2}v_A^2 - gh_C \rightarrow v_C^2 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}v_A^2 - gh_C\right) \rightarrow$$
$$\rightarrow v_C = \sqrt{v_A^2 - 2gh_C} = \sqrt{3^2 + 2 \cdot 9{,}8 \cdot 20} = 20 \text{ m/s}$$

c) Si ahora el vecino de abajo llena otro globo de agua y se lo lanza al de arriba con una velocidad de 12 m/s pero le da en la cara a un tercer vecino situado entre los dos cuatro metros por encima del de abajo, que acababa de sacar la cabeza por la ventana, ¿con qué velocidad le dio en la cara? Dibújalo en el ejercicio. Consejo: Toma como nivel de *h* = 0 al vecino de abajo y los cálculos se simplificarán.

1. Iguala la energía mecánica en las dos posiciones que te interese.

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{MB} = E_{MD} \rightarrow$$
$$\rightarrow E_{CB} + E_{PB} = E_{CD} + E_{PD} \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D$$

2. Explica si algún término se anula y elimínalo.

Tomando la referencia del consejo del enunciado: $h_B = 0$. Por tanto:

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D$$

3. Divide por m.

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D \rightarrow \frac{1}{2}v_B^2 = \frac{1}{2}v_D^2 + gh_D$$

4. Despeja lo que te piden y sustituye los datos.

$$\frac{1}{2}v_B^2 = \frac{1}{2}v_D^2 + gh_D \rightarrow v_D^2 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}v_B^2 - gh_D\right) \rightarrow$$
$$\rightarrow v_D = \sqrt{v_B^2 - 2gh_D} = \sqrt{12^2 - 2 \cdot 9{,}8 \cdot 4} = 8{,}1 \text{ m}$$

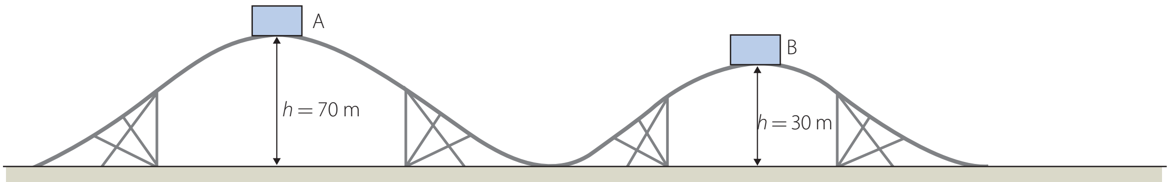
PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

NOMBRE: ______________ CURSO: ______ FECHA: ______

Cuando sobre un cuerpo que cambia su posición y su velocidad, solo actúa la fuerza gravitatoria, no actúa ninguna fuerza más, la energía mecánica permanece constante.

El principio de conservación de la energía mecánica se cumple sea cual sea la trayectoria del móvil; no es necesario que sea una trayectoria rectilínea perpendicular al suelo.

16 **Estamos en un vagón en lo alto de una montaña rusa (posición A del dibujo) y comienza a caer.**



SOLUCIÓN

a) **Explica el principio de conservación de la energía mecánica aplicado al vagón durante su recorrido, indicando cómo varían las energías cinética, potencial y mecánica.**

Durante el recorrido, cuando el vagón baja pierde E_P en la misma medida que gana E_C, y cuando sube, pierde E_C en la misma medida que gana E_P, de tal forma que la suma de ambas, que es la energía mecánica, se mantiene constante.

b) **¿Qué velocidad tendrá cuando pase por la posición B?**

1. Iguala la energía mecánica en ambos puntos.

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{M\,A} = E_{M\,B} \rightarrow E_{C\,A} + E_{P\,A} = E_{CB} + E_{PB} \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

2. Observa si se anula algún término.

$$v_A = 0 \text{ (cae)} \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

3. Divide por m.

$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \rightarrow gh_A = \frac{1}{2}v_B^2 + gh_B$$

4. Despeja y sustituye.

$$\frac{1}{2}v_B^2 = gh_A - gh_B = g\cdot(h_A - h_B) \rightarrow$$

$$\rightarrow v_B^2 = 2g\cdot(h_A - h_B) \rightarrow v_B = \sqrt{2g\cdot(h_A - h_B)} = \sqrt{2\cdot 9{,}8\cdot(70-30)} = 28 \text{ m/s}$$

c) **¿Podrá tener la montaña rusa un pico más alto que el de la posición A?**

No, pues en la posición A inicial tiene solo energía potencial, que no puede ser superada, ya que la energía mecánica permanece constante.

d) **¿Qué trabajo ha hecho la fuerza del motor que ha subido el vagón al comienzo hasta la posición A si la masa del vagón y los ocupantes es de 600 kg?**

Ha tenido que comunicarle la energía potencial que tiene arriba. Por tanto:

$$W_{F\text{ del motor}} = E_{P\,A} = mgh_A = 600\,\text{kg}\cdot 9{,}8\,\text{m/s}^2\cdot 70\,\text{m} = 411\,600 \text{ J}$$

e) **¿Qué fuerza ha hecho el motor, si la longitud de subida eran 100 m?**

$$W_{F\text{ del motor}} = F_{\text{motor}}\cdot\Delta x \rightarrow F_{\text{motor}} = \frac{W_{F\text{ del motor}}}{\Delta x} = \frac{411\,600 \text{ J}}{100 \text{ m}} = 4116 \text{ N}$$

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA (III)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

17 **Un futbolista golpea el balón que rodaba por el suelo imprimiéndole una velocidad de 11 m/s, elevándolo en vaselina por encima del portero y metiendo gol.**

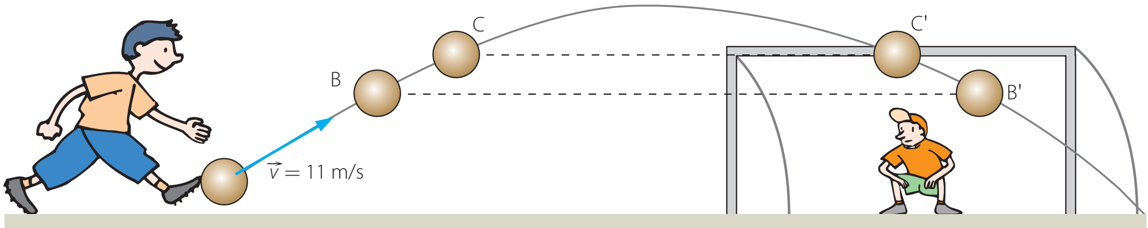
SOLUCIÓN

a) Explica el principio de conservación de la energía mecánica aplicado al balón en su recorrido indicando cómo varían las energías cinética, potencial y mecánica.

Al salir del pie el balón solo tiene energía cinética. Al subir va disminuyendo en la misma medida que aumenta su energía potencial. Al bajar, va perdiendo potencial en la misma medida que gana cinética hasta que llega al suelo y vuelve a ser todo cinética. Todo ocurre siempre manteniéndose constante la suma de ambas (energía mecánica).

b) ¿Qué velocidad tendrá el balón cuando esté a 5 m de altura sobre el suelo? ¿Cuántas veces está a esa altura? Dibújalo.

Está dos veces a esa altura, posiciones B y B'.



1. Iguala la energía mecánica en el suelo y a esa altura.

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{M\,A} = E_{M\,B} \rightarrow E_{C\,A} + E_{PA} = E_{CB} + E_{PB} \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

2. Observa si se anula algún término y divide por m.

$$h_A = 0 \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \rightarrow \frac{1}{2}v_A^2 = \frac{1}{2}vv_B^2 + gh_B$$

3. Despeja y sustituye.

$$\frac{1}{2}v_A^2 = \frac{1}{2}v_B^2 + gh_B \rightarrow v_B^2 = v_A^2 - 2gh_B \rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 - 2gh_B} = \sqrt{11^2 - 2 \cdot 9{,}8 \cdot 5} = 4{,}8 \text{ m/s}$$

c) ¿A qué altura estará la pelota cuando vaya con una velocidad de 3 m/s? ¿Cuántas veces tendrá esa velocidad? Dibújalo.

Tendrá dos veces esa velocidad, en las posiciones C y C'.

1. Iguala la energía mecánica en el suelo y a esa altura.

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{M\,A} = E_{M\,C} \rightarrow E_{C\,A} + E_{PA} = E_{CC} + E_{PC} \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

2. Explica si algún término se anula y elimínalo y divide por m.

$$h_A = 0 \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C \rightarrow \frac{1}{2}v_A^2 = \frac{1}{2}v_C^2 + gh_C$$

3. Despeja lo que te piden y sustituye los datos.

$$gh_C = \frac{1}{2}v_A^2 - \frac{1}{2}v_C^2 \rightarrow h_C = \frac{\frac{1}{2} \cdot (v_A^2 - v_C^2)}{g} = \frac{\frac{1}{2} \cdot (11^2 - 3^2)}{9{,}8} = 5{,}7 \text{ m}$$

d) ¿Con qué velocidad caerá el balón al suelo? Razona la respuesta sin hacer ningún cálculo numérico.

Con la misma con la que salió, pues tanto al principio como al final la energía potencial es cero y, como la energía mecánica se conserva, la energía cinética tiene que ser la misma y, por tanto, la velocidad.

EL RIZO

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Si has visto alguna atracción en la que un vagón con ocupantes da una vuelta por el interior de un raíl circular sin estar sujetos a él te habrás preguntado: ¿cómo no se caerán al llegar al punto más alto?

Pensémoslo con nuestros conocimientos de dinámica, de movimiento circular y de conservación de la energía mecánica.

Sobre el vagón siempre actúan dos fuerzas:

- $\vec{P} \rightarrow$ Peso del vagón. Dirigido siempre hacia el centro de la Tierra. $\vec{P} = m\vec{g}$.
- $\vec{N} \rightarrow$ Normal del plano. Fuerza que ejerce el raíl sobre el vagón por la 3.ª ley de Newton. Dirigida hacia el centro de la circunferencia, pues es perpendicular al raíl.

Cuanto menor sea N, más ligeros nos sentiremos.

Como hay un movimiento circular, hay una fuerza centrípeta que va provocando el cambio de dirección de la velocidad:

$\vec{F}_C$
- Dirección: línea que une el vagón con el centro de la circunferencia.
- Sentido: hacia el centro de la circunferencia.
- Módulo: $F_C = m \cdot a_C = m \cdot \dfrac{v^2}{R}$

$v =$ velocidad del vagón en cada punto; $R =$ radio de la circunferencia.

Veamos qué fuerzas provocan esa fuerza centrípeta según la posición en la que esté el vagón en el rizo:

- En la posición 1:

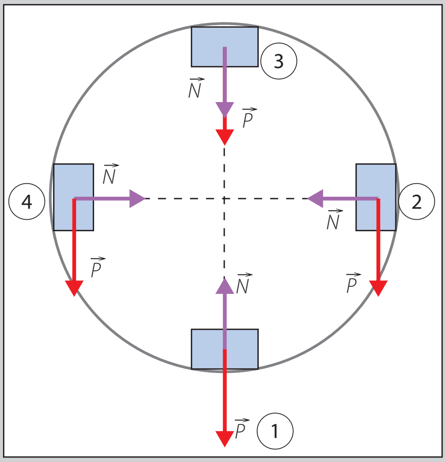
$$F_C = N - P$$

- En las posiciones 2 y 4:

$$F_C = N$$

- En la posición 3:

$$F_C = N + P$$



Para pensar qué ha de cumplirse para que el vagón dé la vuelta completa tenemos que recordar la posición 3. Como hemos visto, ahí se cumple:

$$F_C = N + P \rightarrow m\frac{v^2}{R} = N + mg$$

Observando la ecuación anterior vemos que como, m y R son constantes, cuanto mayor es v, mayor es N, por lo que cuanto más deprisa lleguemos arriba más pesados nos sentiremos, más sensación tendremos de estar pegados al raíl y, cuanto más despacio lleguemos arriba, más ligeros nos sentiremos, menos sensación tendremos de estar pegados al raíl. Pero: ¿con qué velocidad mínima ha de llegar el vagón al punto más alto del rizo para que pueda dar la vuelta?

Será aquella velocidad que nos haga sentir que no estamos pegados al raíl, que levitamos al llegar allí, o lo que es lo mismo, que $N = 0$.

$$\text{En la posición 3} \rightarrow m\frac{v^2}{R} = N + mg \rightarrow m\frac{v^2}{R} = mg \rightarrow \frac{v^2}{R} = g \rightarrow v = \sqrt{Rg}$$

(N =0.)

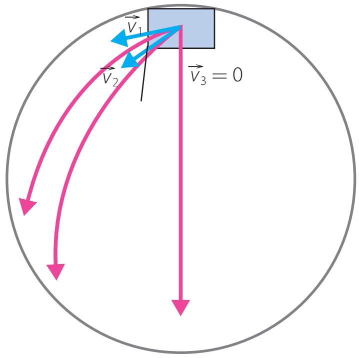
El vagón ha de llegar al punto 3 como mínimo con una velocidad $v = \sqrt{Rg}$ (donde R es el radio de la circunferencia, y g, la aceleración de la gravedad) para dar la vuelta completa.

EL RIZO

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

18 **¿Qué trayectoria seguiría el vagón si llegara a la posición 3 con $v < \sqrt{Rg}$? Haz un dibujo con diferentes velocidades menores que $\sqrt{Rg}$, incluyendo $v = 0$.**

SOLUCIÓN



a) ¿Que valor tendría *N* en los casos anteriores al llegar a la posición 3?

$N = 0$. No puede ser menor que cero, pues hablamos del módulo de un vector.

b) ¿Cómo influye la masa en la velocidad con la que ha de llegar a la posición 3?

No influye.

c) Si duplicamos el valor del radio de un rizo, ¿en qué factor aumenta la velocidad con la que ha de llegar un cuerpo a su altura máxima?

$R_2 = 2R_1 \rightarrow v_2 = \sqrt{R_2 g} = \sqrt{2R_1 g} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{R_1 g} = \sqrt{2} \cdot v_1$

La velocidad aumenta en un factor $\sqrt{2} = 1{,}41 = 1 + 0{,}41 = 1 + 41/100 \rightarrow$ Aumenta un 41 %.

d) ¿Con qué velocidad tendría que llegar al punto más alto de un rizo de radio 5 m una pelota lanzada por el rizo para que diese la vuelta completa?

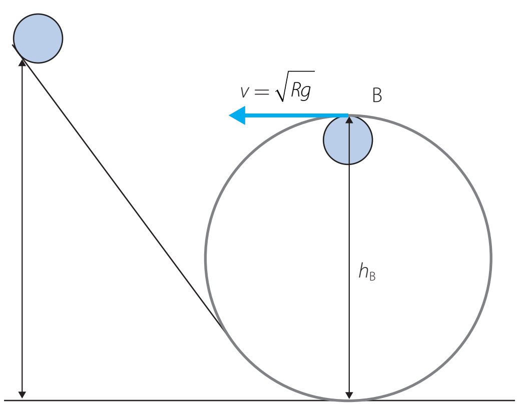
$v = \sqrt{Rg} = \sqrt{5 \cdot 9{,}8} = 7$ m/s.

e) ¿Si el rizo estuviera en la Luna, ¿sería mayor o menor?

La velocidad mínima necesaria arriba para dar una vuelta sería menor (*g* menor).

19 **Tenemos una rampa desde la que podemos soltar una pelota, que finaliza en un rizo de radio $R = 50$ cm. Usando el principio de conservación de la energía mecánica, contesta.**

SOLUCIÓN



a) ¿A qué altura sobre el suelo como mínimo debe estar el punto de la rampa desde el que debemos soltar la pelota para que dé la vuelta completa al rizo?

¡No sustituyas ningún dato hasta el paso final!

1. Haz un dibujo del problema señalando la posición inicial A (altura desde la que la suelto) y la posición final B (punto más alto del rizo).
2. Escribe el principio de conservación de la energía mecánica igualándola en ambas posiciones.

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{M\,A} = E_{M\,B} \rightarrow E_{C\,A} + E_{P\,A} = E_{C\,B} + E_{P\,B} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 + m g h_A = \frac{1}{2} m v_B^2 + m g h_B$$

3. Si se anula algún término, elimínalo.

$$v_A = 0 \rightarrow m g h_A = \frac{1}{2} m v_B^2 + m g h_B$$

continúa →

EL RIZO

NOMBRE: CURSO: FECHA:

4. Divide por m.

$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \rightarrow gh_A = \frac{1}{2}v_B^2 + gh_B$$

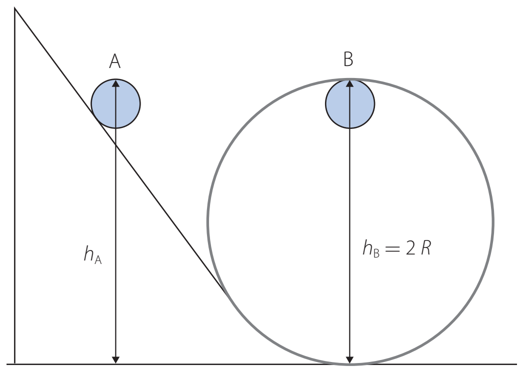
5. Despeja h_A.

$$h_A = \frac{\frac{1}{2}v_B^2 + gh_B}{g} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\left(\sqrt{Rg}\right)^2 + g\cdot 2R}{g} = \frac{\frac{1}{2}Rg + g\cdot 2R}{g} = \frac{1}{2}R + 2R = \frac{5}{2}R = 2{,}5R$$

$v_B = \sqrt{Rg}$ y fíjate que $h_B = 2R$, y simplificamos g.

6. Sustituye el dato R.

$$h_A = 2{,}5\cdot R = 2{,}5\cdot 0{,}5 = 1{,}25\text{ m}$$



b) ¿A qué altura sobre el suelo está el punto de la rampa desde el que debemos soltar la pelota para que al llegar al punto más alto del rizo la pelota caiga en vertical en caída libre?

¡No sustituyas ningún dato hasta el paso final!

1. Haz un dibujo del problema señalando la posición inicial A (altura desde la que la suelto) y la posición final B (punto más alto del rizo).
2. Escribe el principio de conservación de la energía mecánica igualándola en ambas posiciones.

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{M\,A} = E_{M\,B} \rightarrow$$

$$\rightarrow E_{C\,A} + E_{P\,A} = E_{CB} + E_{PB} \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

3. Elimina algún término si se anula y razona qué velocidad ha de tener la pelota en la posición B para que al llegar allí caiga en caída libre:

$v_A = 0$, pues soltamos la pelota y ha de llegar a la posición B con $v_B = 0$:

$$mgh_A = mgh_B$$

4. Despeja h_A y sustituye.

$$mgh_A = mgh_B \rightarrow h_A = h_B \rightarrow h_A = 2R = 2\cdot 0{,}5\text{ m} = 1\text{ m}$$

Dividimos por mg, $h_B = 2R$ (ver dibujo)

Una vez que dedujimos que $v_B = 0$, ya podíamos haber deducido la altura, pues si donde llega y de donde parte tienen energía cinética cero, entonces la energía potencial debe ser también la misma, pues la energía mecánica se conserva.

c) Di qué pasaría si la altura h_A desde la que suelto la pelota en la rampa es:

- **$h_A > 2{,}5\,R$**

  La pelota recorrería el rizo.

- **$2{,}5\,R > h_A > 2\,R$**

  La pelota no recorrería el rizo. Al llegar al punto más alto seguiría con una parábola que tendría menor alcance cuanto más próximo estuviera el valor de h_A al de $2\,R$.

- **$h_A < 2\,R$**

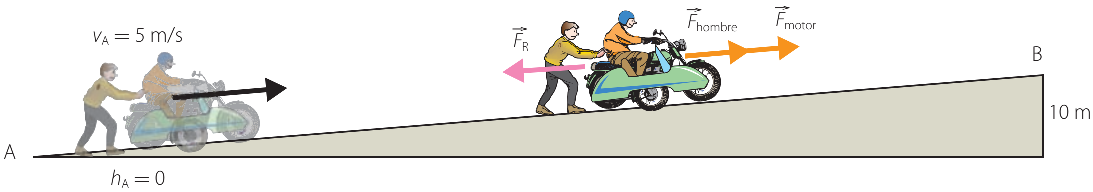
  La pelota no recorrería el rizo. Ni siquiera llegaría a su punto más alto.

NOMBRE: ______________________ CURSO: ____________ FECHA: ____________

20 **Una moto con sidecar que está comenzando a averiarse debe llegar al final de una cuesta de 100 m de longitud y situada a 10 m sobre el suelo, ya que muy cerca se encuentra un taller. El copiloto baja a empujar y consigue que la moto comience a subir con una velocidad inicial de 5 m/s manteniendo una fuerza constante durante la subida de 200 N.**
El motor de la moto ejerce también durante la subida una fuerza de 500 N, y el rozamiento es de 150 N. La moto con el piloto tienen una masa de 350 kg. ¿Con qué velocidad llegará arriba de la cuesta?

SOLUCIÓN

1. Haz un dibujo del problema dibujando todas las fuerzas.



2. Señala en el dibujo la posición inicial A (abajo) y la posición final B (arriba) y escribe el principio de conservación de la energía.

$$\text{Energía inicial} + \text{Energía que gana} - \text{Energía que pierde} = \text{Energía final}$$

En este caso:

- Energía inicial:

$$E_{MA} = E_{CA} + E_{PA} = E_{CA} = \frac{1}{2}mv_A^2 \quad (E_{PA} = 0 \text{ pues } h_A = 0)$$

- Energía final:

$$E_{MB} = E_{CB} + E_{PB} = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

- Energía que gana $= W_{F\,\text{hombre}} + W_{F\,\text{motor}} = F_{\text{hombre}} \cdot \Delta x + F_{\text{motor}} \cdot \Delta x$
- Energía que pierde $= W_{F\,\text{rozam.}} = F_R \cdot \Delta x$

Con lo que el principio de conservación de la energía queda:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + F_{\text{hombre}} \cdot \Delta x + F_{\text{motor}} \cdot \Delta x - F_R \cdot \Delta x = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

3. Despeja v_B y sustituye los datos.

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_A^2 + F_{\text{hombre}} \cdot \Delta x + F_{\text{motor}} \cdot \Delta x - F_R \cdot \Delta x - mgh_B \rightarrow$$

$$\rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2 \cdot \left(\frac{1}{2}mv_A^2 + F_{\text{hombre}} \cdot \Delta x + F_{\text{motor}} \cdot \Delta x - F_R \cdot \Delta x - mgh_B\right)}{m}} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 350 \cdot 5^2 + 200 \cdot 100 + 500 \cdot 100 - 150 \cdot 100 - 350 \cdot 9{,}8 \cdot 10\right)}{350}} = 12 \text{ m/s}$$

LA ENERGÍA POTENCIAL AUMENTA CON EL DESEQUILIBRIO

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

La energía potencial es una forma de energía que puede tener un sistema, que aumenta cuando aumenta su desequilibrio. La hay de muchos tipos: energía potencial gravitatoria, energía potencial elástica, energía potencial eléctrica...

21 **Tenemos un sistema compuesto por una masa *m* y la Tierra.**

SOLUCIÓN

a) ¿Cual es la tendencia natural de ambas masas? Estar juntas, acercarse.

b) ¿Cuándo aumenta su desequilibrio? Cuando las separamos. Mayor desequilibrio cuanto más las separemos.

c) Haz un dibujo, escribe la expresión de energía potencial gravitatoria y comprueba que aumenta cuando aumenta el desequilibrio.

$$E_{P1} = mgh_1$$

$E_{P1} = mgh_1 < E_{P2} = mgh_2$, pues $h_1 < h_2$, están mas cerca.

22 **Tenemos un sistema formado por un muelle del que puede colgarse una masa y hacerla oscilar arriba y abajo.**

SOLUCIÓN

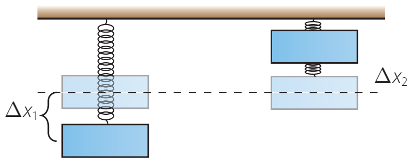
a) ¿Cuál es la tendencia natural del muelle? Estar en equilibrio, sin estirarse ni comprimirse.

b) ¿Cuándo aumenta su desequilibrio? Cuando se estira o se comprime. Mayor desequilibrio cuanto más se estire o se comprima.

c) Haz un dibujo, escribe la expresión de energía potencial elástica y comprueba que aumenta cuando aumenta el desequilibrio.

$$E_{P1} = \frac{1}{2}k_1 \cdot (\Delta x_1)^2$$

$$E_{P2} = \frac{1}{2}k \cdot (\Delta x_2)^2 < E_{P1} = \frac{1}{2}k \cdot (\Delta x_1)^2\text{, pues } \Delta x_2 < \Delta x_1$$



d) ¿Cuándo aumenta más el desequilibrio, cuando comprimes el muelle una longitud Δx o cuando lo estiras esa misma longitud?

Igual, pues la deformación, la separación Δx de la posición de equilibrio, es la misma. Entonces $(\Delta x)^2$ es el mismo y, por tanto, E_P es la misma.

23 **Tenemos un sistema compuesto por dos cargas eléctricas del mismo signo.**

SOLUCIÓN

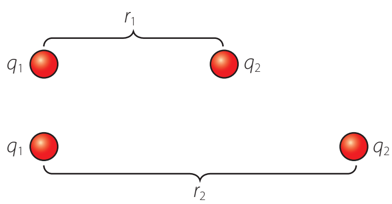
a) ¿Cuál es la tendencia natural de ambas cargas? Repelerse, separarse.

b) ¿Cuándo aumenta su desequilibrio? Cuando intentamos juntarlas, mayor desequilibrio cuanto más las juntemos.

c) Sabiendo que la expresión de la energía potencial eléctrica es $E_P = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r}$ con q_1 y q_2 el valor de las cargas, *r* la distancia que las separa y *K* una constante, haz un dibujo y razona si E_P aumenta con el desequilibrio.

E_P es inversamente proporcional a *r*.

$$E_{P2} = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_2} < E_{P1} = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_1} \text{ pues } r_1 < r_2$$



TRABAJO Y ENERGÍA

PRUEBA DE EVALUACIÓN 1

1 **Un proyectil de 50 g de masa llega a un árbol a la velocidad de 100 m/s, atraviesa completamente el tronco y sale por el lado opuesto a una velocidad de 20 m/s. Si el diámetro del tronco es de 40 cm, calcula la fuerza de resistencia ejercida por el tronco.**

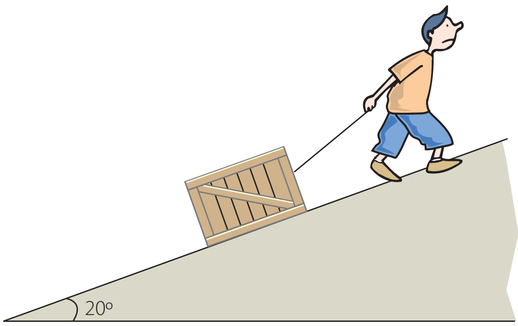
2 **Tres amigas se lanzan en su trineo por una pista de hielo. Al iniciar la bajada, a 40 m de altura su velocidad es de 5 m/s. Cuando llegan al punto más bajo y antes de ascender por la rampa opuesta, una de las amigas cae del trineo. Suponiendo que en todo el recorrido el rozamiento es nulo y que en la caída no se pierde energía, calcula la altura a la que ascenderá el trineo con las dos amigas restantes en la siguiente rampa. Datos: masa del trineo = 30 kg; masa de cada una de las amigas = 60 kg.**

3 **Pablo sube una caja llena de libros por una rampa con una inclinación de 20° sobre la horizontal. El coeficiente de rozamiento es $\mu = 0{,}2$ y la subida se realiza a velocidad constante de 1 m/s. Si para subir la caja de 25 kg Pablo emplea 8 s, calcula:**

a) El trabajo realizado por la fuerza con la que Pablo empuja la caja.

b) El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.

c) El trabajo realizado por el peso.



4 **La potencia nominal del motor de una grúa es de 4 kW; pero, sin embargo, emplea un tiempo de 20 s en subir 600 kg de masa hasta una altura de 10 m. Calcula el rendimiento del motor.**

5 **Dos amigas se proponen parar un cuerpo de 100 kg de masa que se dirige hacia ellas a una velocidad de 2 m/s por un plano horizontal. Para ello se oponen al movimiento con una fuerza de 200 N cada una. Teniendo en cuenta que el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el suelo es 0,25, calcula la distancia que recorrerá el cuerpo antes de quedar completamente parado.**

PRUEBA DE EVALUACIÓN 1: SOLUCIONES

1 El tronco ejerce un rozamiento, F_R, sobre el proyectil durante el desplazamiento de 0,4 m. El trabajo realizado por ese rozamiento es:

$$W_R = F_R \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = F_R \cdot 0{,}4 \text{ m} \cdot (-1) = -0{,}4 \text{ m} \cdot F_R$$

Y genera una pérdida de energía mecánica, que en este caso es exclusivamente cinética, igual a:

$$\Delta E = \frac{1}{2}mv_F^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}05 \text{ kg} \cdot 20^2 (\text{m/s})^2 - \frac{1}{2} \cdot 0{,}05 \text{ kg} \cdot 100^2 (\text{m/s})^2 = -240 \text{ J}$$

Por tanto:

$$W_R = \Delta E \rightarrow -0{,}4 \text{ m} \cdot F_R = -240 \text{ J}$$

Y la fuerza de rozamiento que ejerce el tronco sobre el proyectil es:

$$F_R = 600 \text{ N}$$

2 El problema plantea una situación sin fuerzas disipativas, de manera que la energía mecánica se conserva durante todo el recorrido. Fijaremos dos puntos del trayecto: el inicial y el final, y aplicaremos sobre ellos el principio de conservación de la energía mecánica.

En el momento inicial la energía mecánica de las tres amigas y el trineo es:

$$E_1 = E_{C1} + E_{P1} = \frac{1}{2} \cdot m_1 v_1^2 + m_1 g \cdot h_1 = \frac{1}{2} \cdot 210 \text{ kg} \cdot 5^2 (\text{m/s})^2 + 210 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 40 \text{ m} = 84\,945 \text{ J}$$

En el momento final, una de las amigas está quieta en el punto más bajo de la trayectoria, las otras dos, cuya masa conjunta es 150 kg, están arriba también quietas cuando acaba su movimiento.
En ese punto la energía mecánica es toda energía potencial.

$$E_2 = E_{C2} + E_{P2} = 0 + m_2 g h_2 = 150 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot h = 1470 \cdot h \ (h \text{ en m} \rightarrow E_2 \text{ en J})$$

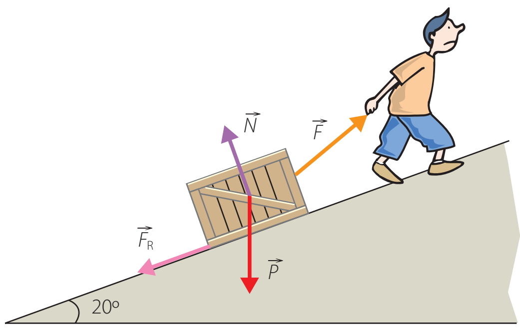
Y en ambos momentos la energía mecánica es la misma,

$$E_1 = E_2 \rightarrow 84\,945 \text{ J} = 1470 \cdot h / \text{J} \rightarrow h = 57{,}8 \text{ cm}$$

La altura que alcanzan dos de las amigas y el trineo es 57,8 m.

3 a) Sobre la caja de Pablo actúan el peso, la normal, la fuerza que ejerce Pablo y el rozamiento. Pablo sube la caja sin aceleración, así que las fuerzas están en equilibrio. En la componente perpendicular al plano inclinado se compensan la componente perpendicular del peso y la normal:

$$0 = \vec{N} + \vec{P_y} \rightarrow 0 = N - m \cdot g \cdot \cos 20°$$



En la dirección paralela al plano se compensan la fuerza de Pablo, a favor del movimiento, y la suma de la componente paralela del peso y la fuerza de rozamiento,

$$0 = F - (m \cdot g \cdot \text{sen } 20° + \mu \cdot N) \rightarrow F = m \cdot g \cdot \text{sen } 20° + \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 20° =$$
$$= 25 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 0{,}34 + 0{,}2 \cdot 25 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 0{,}94 = 129{,}36 \text{ N}$$

La fuerza que ejerce Pablo sobre la caja de libros es de 122,6 N. Como el desplazamiento de los libros lo realiza a velocidad constante de 1 m/s durante 8 s, este desplazamiento es de 8 m, y el trabajo que desarrolla Pablo es:

$$W = F \cdot \Delta s \cdot \cos 0° = 129{,}36 \text{ N} \cdot 8 \text{ m} \cdot 1 = 1035 \text{ J}$$

b) El trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es negativo e igual a:

$$W_R = F_R \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = (\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 20°) \cdot \Delta s \cdot \cos 180° \rightarrow$$
$$\rightarrow W_R = 0{,}2 \cdot 25 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 0{,}94 \cdot 8 \text{ m} \cdot (-1) = -368{,}5 \text{ J}$$

PRUEBA DE EVALUACIÓN 1: SOLUCIONES *(continuación)*

c) El trabajo que realiza el peso durante el desplazamiento de la caja de libros es igual a:

$$W_P = m \cdot g \cdot \Delta s \cdot \cos(90° + 20°) = 25 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 8 \text{ m} \cdot (-0{,}34) = -666{,}5 \text{ J}$$

Se verifica así el teorema de las fuerzas vivas o de la energía cinética, que asegura que la suma de los trabajos desarrollados por las fuerzas que actúan sobre la caja es igual al incremento de la energía cinética, que es nulo porque el movimiento es uniforme.

4 El trabajo que realiza la grúa en 20 s es el que realiza la tensión durante el desplazamiento vertical de la masa. La tensión es igual y de sentido opuesto al peso, por lo que el trabajo que realiza es:

$$W = m \cdot g \cdot \Delta s \cdot \cos 0° = 600 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 10 \text{ m} \cdot 1 = 58\,800 \text{ J}$$

La potencia útil de la grúa es, por tanto:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{58\,800 \text{ J}}{20 \text{ s}} = 2940 \text{ W}$$

Y el rendimiento de la grúa es:

$$r = \frac{\text{potencia útil}}{\text{potencia teórica}} = \frac{2940 \text{ W}}{4000 \text{ W}} = 0{,}735 = 73{,}5\%$$

5 El teorema de las fuerzas vivas o de la energía cinética afirma que la variación de energía cinética es igual a la suma de trabajos realizados por todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo. Sobre el cuerpo actúan la fuerza de rozamiento y la fuerza que aplican las dos amigas, y ambas son contrarias al movimiento. El trabajo que realizan estas fuerzas será negativo:

$$W_R = F_R \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = (\mu \cdot m \cdot g) \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = 0{,}25 \cdot 100 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot \Delta s \cdot (-1) = -245 \text{ N} \cdot \Delta s$$

$$W_{\text{amigas}} = F \cdot \Delta s \cdot \cos 180° = (200 + 200) \text{ N} \cdot \Delta s \cdot (-1) = -400 \text{ N} \cdot \Delta s$$

El incremento de la energía cinética también es negativo, porque al final del recorrido el cuerpo se para:

$$\Delta E = \frac{1}{2} m v_F^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = 0 - \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 2^2 = -200 \text{ J}$$

Como trabajos y energía han de ser iguales:

$$\Delta E_C = W_R + W_{\text{amigas}} \rightarrow -200 \text{ J} = -245 \text{ N} \cdot \Delta s - 400 \text{ N} \cdot \Delta s \rightarrow \Delta s = 0{,}31 \text{ m}$$

El cuerpo recorre 31 cm antes de parar.

