APUNTES DE FÍSICA

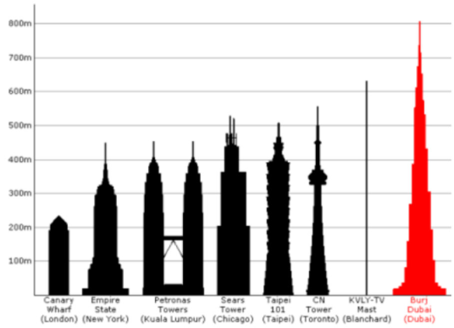
1º BACHILLERATO

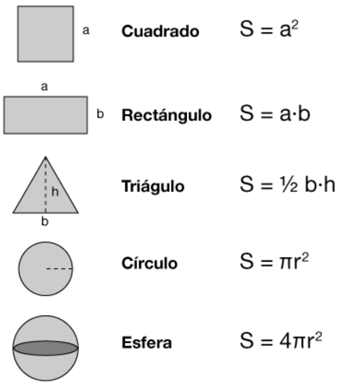
INDICE

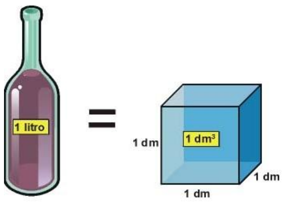
TEMA 1. MAGNITUDES FÍSICAS

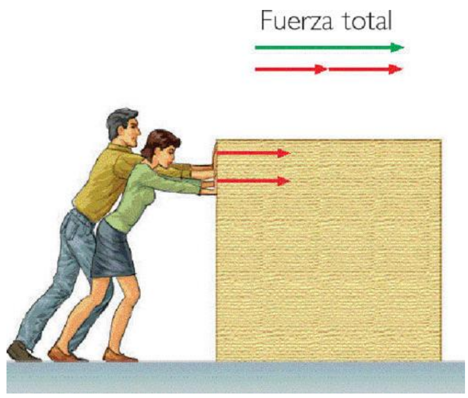
1. DEFINICIÓN DE MAGNITUD FÍSICA

Una **magnitud física** es una propiedad de los cuerpos que se puede medir, es decir, que se puede expresar mediante una cantidad y su correspondiente unidad.









2. MAGNITUDES FÍSICAS FUNDAMENTALES Y DERIVADAS. SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (SI)

Una primera clasificación de las magnitudes físicas es:

- Magnitudes físicas fundamentales
- Magnitudes físicas derivadas.

Las **magnitudes físicas fundamentales** son aquellas que se definen sin hacer uso de ninguna otra magnitud y las **magnitudes físicas derivadas** utilizan para su definición a una o a varias de las primeras.

La elección de las magnitudes fundamentales es arbitraria pero, el número de magnitudes fundamentales elegidas debe ser el mínimo que se necesite para definir coherentemente y con precisión a todas las demás (por esto se llaman derivadas).

Tanto las magnitudes físicas fundamentales como las derivadas se agrupan en sistemas de unidades. En la tabla siguiente se recogen las magnitudes fundamentales y sus unidades en el Sistema Internacional de Unidades (SI):

MAGNITUDES FUNDAMENTALES Y SUS UNIDADES EN EL SI		
MAGNITUD	**UNIDAD DE MEDIDA**	**SÍMBOLO**
Longitud	*metro*	*m*
Masa	*kilogramo*	*Kg*
Tiempo	*segundo*	*s*
Temperatura	*grado Kelvin*	*K*
Intensidad de corriente eléctrica	*amperio*	*A*
Intensidad luminosa	*candela*	*cd*
Cantidad de materia	*mol*	*mol*
UNIDADES COMPLEMENTARIAS DEL SI		
Ángulo plano	*radián*	*rad*
Ángulo sólido	*estereorradián*	*sr*

Cualquier otra magnitud física que no esté recogida en la tabla anterior será considerada como una magnitud derivada. En la tabla siguiente se recogen algunas de las magnitudes derivadas más usuales para los alumnos de este nivel así como sus unidades en el SI de unidades. Tú deberás ir completando la tabla a medida que vayan apareciendo nuevas magnitudes físicas derivadas y sus correspondientes unidades.

ALGUNAS MAGNITUDES DERIVADAS Y SUS UNIDADES EN EL SI		
MAGNITUD	**UNIDAD DE MEDIDA**	**SÍMBOLO**
Superficie	*Metro cuadrado*	m^2
Volumen	*Metro cúbico*	m^3
densidad	*Kilogramo entre metro cúbico*	$Kg/m^3 = Kg.m^{-3}$
Velocidad	*Metro entre segundo*	$m/s = m.s^{-1}$
Aceleración	*Metro entre segundo al cuadrado*	$m/s^2 = m.s^{-2}$
Frecuencia		
Periodo		
Velocidad angular		
Fuerza		

Coeficiente de rozamiento *Cantidad de movimiento* *(o momento lineal)* *Impulso* *Trabajo* *Potencia* *Energía* *Presión* *Diferencia de Potencial eléctrico* *(llamado también voltaje o tensión eléctrica)* *Resistencia eléctrica*		

3. CAMBIO DE UNIDADES: MÉTODO DE LAS FRACCIONES UNITARIAS

Es evidente que la medida de cualquier magnitud física, en general, se puede expresar en múltiples unidades como se muestra en la tabla siguiente:

DIFERENTES UNIDADES DE ALGUNAS MAGNITUDES FÍSICAS	
MAGNITUD	**UNIDADES DE MEDIDA**
Longitud	*m, dm, cm, mm, dam, hm, Km, yarda, pie, año luz, amstrong fermi, …*
Masa	*g, dg, cg, mg, dag, hg, Kg, tonelada, onza, libra, …*
Tiempo	*s, ms, minuto, h, día, año, quinquenio o lustro, década, siglo, …*
Temperatura	*ºC (grado Centígrado o Celsius), ºF (grado Fahrenheit), K (grado Kelvin), …*
Int. de c. eléctrica	*A y sus múltiplos y submúltiplos*
Superficie	dm^2, cm^2, mm^2, m^2, dam^2, hm^2, Km^2, …
Volumen	dm^3 = L, cm^3, mm^3, m^3, dam^3, hm^3, Km^3, …
densidad	Kg/m^3, g/cm^3, g/dm^3, Kg/L, g/mL, …
Velocidad	*m/s, Km/h, cm/s, nudo, …*
Aceleración	m/s^2,…..

Cuando tenemos a una magnitud física medida en una determinada unidad y queremos expresarla en otra unidad equivalente el método más recomendable es el llamado "método de las fracciones unitarias".

Este método no es válido para los cambios en las medidas de temperatura. Para los cambios de unidad en la temperatura tienes que tener en cuenta las siguientes equivalencias:

$\boxed{K = ºC + 273}$ $\boxed{ºF = 1,8.ºC + 32}$

Ejemplo 1º

Utilizando el método de las fracciones unitarias, expresa las siguientes medidas en unidades del sistema internacional (y en notación científica los resultados numéricos):

a) 20000 cm b) 5 dm c) 0,0004 mm d) 400 cm^2 e) 1 Km^2
f) 500 dm^3 g) 200 cm^3 h) 2 hm^3 i) 4000 L j) 24 h
a) 32 Km/h k) 1200 m/min l) 2 g/cm^3 m) 1,5 kg/dm^3 n) 3 Kg/L

Ejemplo 2º

Utilizando el método de las fracciones unitarias, expresa las siguientes medidas en las unidades que se indican (y en notación científica):

a) 0,06 dam a cm b) 250 dm a mm c) 0,5 millas a m
d) 2 m^2 a cm^2 e) 0,00125 dm^2 a m^2 f) 20000 cm^2 a m^2
g) 550 L a mL h) 250 mL a cm^3 i) 0,23 m^3 a L
j) 1 día a s k) 20000 s a h l) 0,25 años a min
m) 90 Km/h a m/s n) 30 m/s a Km/h o) 1650 Kg/m^3 a g/cm^3
p) 0,5 g/cm^3 a Kg/m^3 q) 14600 Kg/m^3 a Kg/L r) 2,5 g/cm^3 a g/mL

4. MAGNITUDES FÍSICAS ESCALARES Y MAGNITUDES FÍSICAS VECTORIALES

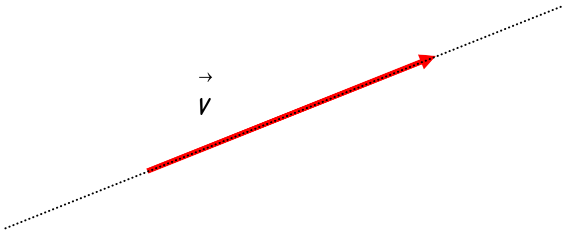
Desde otro punto de vista las magnitudes físicas se clasifican en:

- Magnitudes físicas escalares.
- Magnitudes físicas vectoriales

Una **magnitud física se dice que es escalar** cuando queda perfectamente determinada mediante una cantidad y su correspondiente unidad. Este es el caso de la masa, temperatura, superficie, volumen, densidad, trabajo, etc.

Sin embargo para que una **magnitud física vectorial** quede perfectamente determinada no basta con dar la cantidad y su unidad, es necesario saber la dirección y el sentido (algunas veces también el punto de aplicación). Es el caso de la posición, velocidad, aceleración, fuerza, cantidad de movimiento, etc.

Las magnitudes físicas vectoriales se representan gráficamente mediante una flecha, denominada **VECTOR**, y se escribe simbólicamente con la letra que simboliza a la magnitud física con una flecha encima. Por ejemplo el vector velocidad sería:



En una magnitud física hemos de hablar de las siguientes características:

DIRECCIÓN: Es la recta que contiene al vector o que es paralela al vector.

SENTIDO: Es el extremo del vector.

MÓDULO: Es el valor numérico de la magnitud física y es directamente proporcional la longitud del vector. Se representa por: $|\vec{v}|$

El módulo de un vector ***SIEMPRE ES POSITIVO***

Ejemplo 3º

Indica la dirección sentido y módulo de la magnitud física vectorial correspondiente en cada uno de los casos siguientes:

a) Coche que circula a 50 Km/h hacia la derecha.
b) Objeto que es lanzado verticalmente hacia arriba a 10 m/s.
c) Tren que se acerca al andén de la estación por tu derecha a 20 Km/h.
d) Aceleración de la gravedad terrestre.
e) Objeto que desciende a 5 m/s.
f) Moto que se acerca al paso de peatones por tu izquierda a 20 m/s.
g) Tu peso.

5. OPERACIONES GEOMÉTRICAS CON MAGNITUDES VECTORIALES.

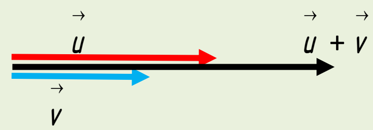
Para operar con magnitudes escalares basta con manejar las cantidades y las unidades coherentes, pero para operar con magnitudes vectoriales no sólo hay que tener en cuenta la cantidad (módulo), hay que tener también en cuenta la dirección y el sentido.

A continuación vamos a aprender a realizar algunas operaciones con magnitudes vectoriales, es decir, con vectores, pero de forma geométrica (en una pregunta posterior lo aprenderemos a hacer de forma analítica).

5.1 Suma geométrica de dos vectores

En la suma geométrica de dos vectores podemos encontrar diferentes situaciones

SUMA DE DOS VECTORES DE LA MISMA DIRECCIÓN Y SENTIDO

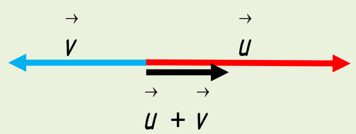


El resultado de la suma es otro vector $\vec{u} + \vec{v}$ que tiene:

- la misma dirección y sentido que los vectores sumados

- Su módulo es la suma de los módulos de ambos $\boxed{|\vec{u} + \vec{v}| = |\vec{u}| + |\vec{v}|}$

SUMA DE DOS VECTORES DE LA MISMA DIRECCIÓN Y SENTIDOS CONTRARIOS

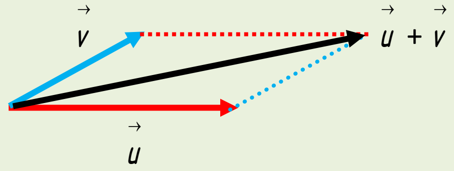


El resultado de la suma es otro vector $\vec{u} + \vec{v}$ que tiene:

- la misma dirección y sentido que el mayor de los vectores sumados

- Su módulo es la resta de los módulos de ambos $\boxed{|\vec{u} + \vec{v}| = |\vec{u}| - |\vec{v}|}$

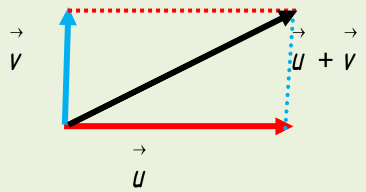
SUMA DE DOS VECTORES DE DISTINTA DIRECCIÓN (Y SENTIDO)



El resultado de la suma es otro vector $\vec{u} + \vec{v}$ que tiene:

- la dirección y sentido de la diagonal del paralelogramo que forman los vectores sumados, partiendo del origen de ambos
- Su módulo es la longitud de dicha diagonal

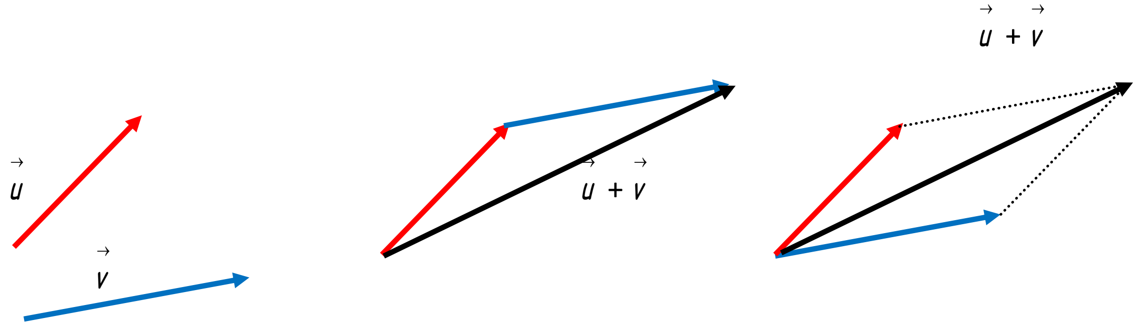
SUMA DE DOS VECTORES PERPENDICULARES



En el caso particular de que los dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ que se suman sean perpendiculares, el paralelogramo que forman es un rectángulo (o un cuadrado si son del mismo módulo) y el módulo del vector resultante se obtendría aplicando el teorema de Pitágoras:

$$|\vec{u} + \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{|\vec{u}+\vec{v}| = \sqrt{|\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2}}$$

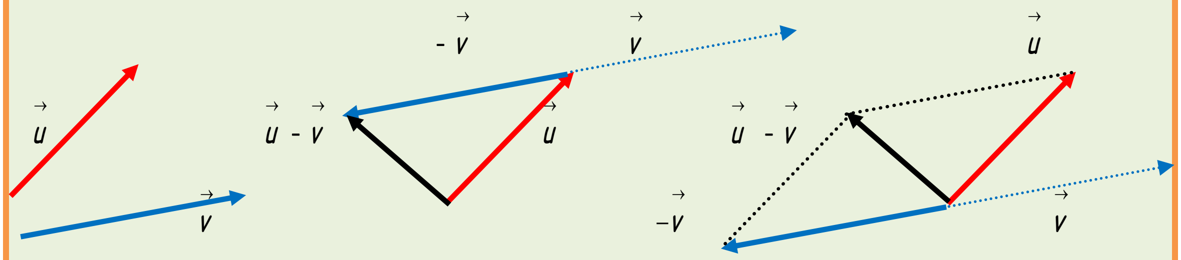
Todas las reglas anteriores se pueden resumir en una: para sumar geométricamente dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$, se sitúa uno de ellos a continuación del otro, y se une el origen del primero con el extremo del último:



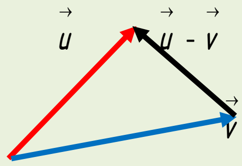
5.2 Resta geométrica de dos vectores

Para restar geométricamente dos vectores $\vec{u}$ - $\vec{v}$, se le suma al primer vector el opuesto del segundo y se procede a realizar la suma como se ha explicado en la pregunta anterior.

$$\boxed{\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})}$$



Observa como en este caso el vector $\vec{u}$ - $\vec{v}$, es el vector que une el extremo del segundo con el extremo del primero.



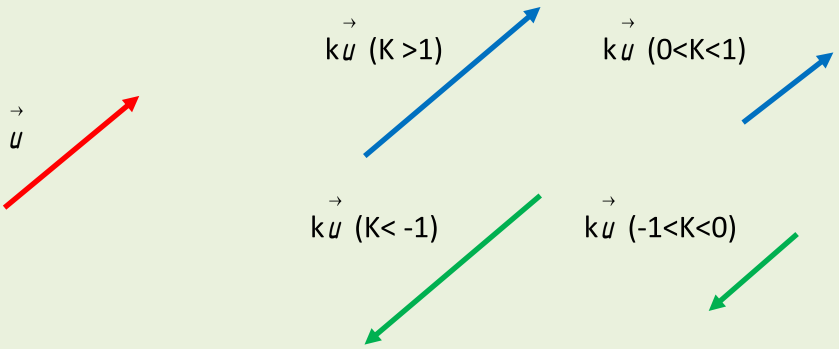
5.3 Definición geométrica del producto de un escalar por un vector

Se llama producto de un escalar por un vector, al producto de un nº real k, por un vector $\vec{u}$. Se representa por $k.\vec{u}$, y el resultado es un nuevo vector que tiene las siguientes características:

Dirección: la misma que $\vec{u}$.

Sentido: el mismo que $\vec{u}$, si el escalar es positivo y, contrario a $\vec{u}$, si el escalar es negativo.

Módulo: el valor absoluto del escalar por el módulo de $\vec{u}$: $|k.\vec{u}|=|k|.|\vec{u}|$



5.4 Definición geométrica de producto escalar de dos vectores.

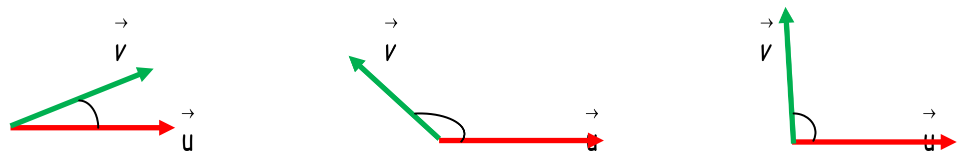
El producto escalar de dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$, que se representa por $\vec{u}.\vec{v}$, es un escalar que se obtiene de multiplicar los módulos de ambos vectores por el coseno del ángulo que forman:

$$\boxed{\vec{u}.\vec{v} = |\vec{u}|.|\vec{v}|.\cos(\vec{u},\vec{v})}$$

COMENTARIOS: De la definición geométrica del producto escalar podemos deducir lo siguiente:

1º.- El producto escalar de dos vectores puede ser positivo, negativo o cero, dependiendo del valor del coseno del ángulo que forman:

- Si el ángulo que forman los vectores es agudo (coseno +), el producto escalar es positivo, si el ángulo es obtuso (coseno -), el producto escalar es negativo.
- Si los vectores son perpendiculares, el producto escalar es 0, puesto que cos 90º = 0. Esta propiedad sirve como **CRITERIO DE PERPENDICULARIDAD ENTRE DOS VECTORES.**



$\vec{u}.\vec{v} > 0$ $\qquad$ $\vec{u}.\vec{v} < 0$ $\qquad$ $\vec{u}.\vec{v} = 0$

2º.- Si multiplicamos escalarmente al vector por sí mismo, obtenemos una expresión que nos permite calcular el módulo del vector a partir de su producto escalar:

$$\vec{u}.\vec{u} = |\vec{u}|.|\vec{u}|.\cos(\vec{u},\vec{u}) = |\vec{u}|^2 \cos 0° = |\vec{u}|^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{|\vec{u}| = \sqrt{\vec{u}.\vec{u}}}$$

Observa que el módulo de un vector coincide con la raíz cuadrada positiva de su producto escalar.

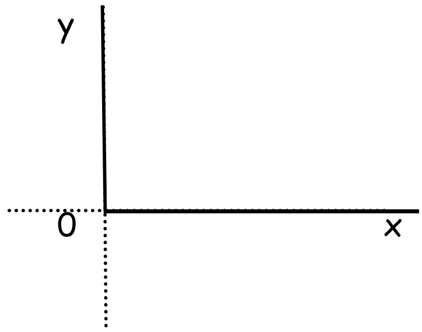
3º.- Si despejamos el coseno en la definición geométrica, obtenemos la expresión:

$$\boxed{\cos(\vec{u},\vec{v}) = \frac{\vec{u}.\vec{v}}{|\vec{u}|.|\vec{v}|}}$$

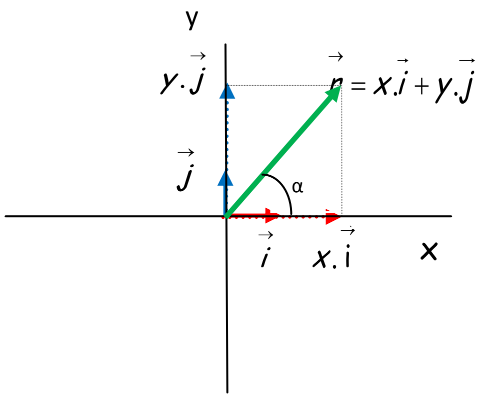
De modo que si conocemos el módulo de los dos vectores y el valor de su producto escalar, podemos conocer el ángulo que forman dichos vectores.

6. COORDENADAS CARTESIANAS O COMPONENTES DE UN VECTOR

En el plano el **sistema de coordenadas cartesiano** está formado por dos rectas perpendiculares entre sí, llamados **ejes de coordenadas cartesianos**, que se cortan en un punto O que es el origen de coordenadas. Los dos ejes son el **"eje x"**, llamado también eje de abscisas, y el **"eje y"** o eje de ordenadas.



Si en cada uno de los ejes se define un vector unitario (de modulo la unidad) y de sentido positivo (son los vectores $\vec{i}$ y $\vec{j}$), cualquier vector $\vec{r}$ del espacio puede expresarse como una combinación lineal de los vectores $\vec{i}$ y $\vec{j}$ Como puede verse en el siguiente dibujo:



A la expresión:

$$\boxed{\vec{r} = x.\vec{i} + y.\vec{j} \quad ó \quad \vec{r} = (x, y)}$$

se le denomina **EXPRESIÓN ANALÍTICA O EXPRESIÓN VECTORIAL DEL VECTOR** $\vec{r}$.

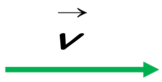
A los escalares **"x"** e **"y"** se les denomina **COORDENADAS CARTESIANAS O COMPONENTES CARTESIANAS DEL VECTOR** $\vec{r}$.

Las coordenadas cartesianas o componentes de un vector son números reales y por tanto *pueden ser números positivos, negativos o cero.*

COMENTARIOS:

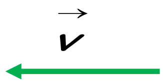
1º.- Cuando la dirección del vector es paralela a uno de los dos ejes de coordenadas, entonces el vector tiene sólo una coordenada distinta de cero: aquella que corresponde al eje respecto al cual es paralelo. Además, la coordenada no nula será positiva si el sentido del vector coincide con el sentido positivo del eje y negativa si es al contrario.

Por ejemplo, si un coche se mueve horizontalmente hacia la derecha con una velocidad de 10 m/s, la expresión analítica de su vector velocidad es:



$$\boxed{\vec{v} = 10\,\vec{i}\ m/s = 10\,\vec{i} + 0\,\vec{j}\ m/s = (10,0)\,m/s} \Rightarrow \begin{cases} \text{Dirección: horizontal} \\ \text{Sentido: derecha} \\ \text{Módulo: } 10\,m/s \end{cases}$$

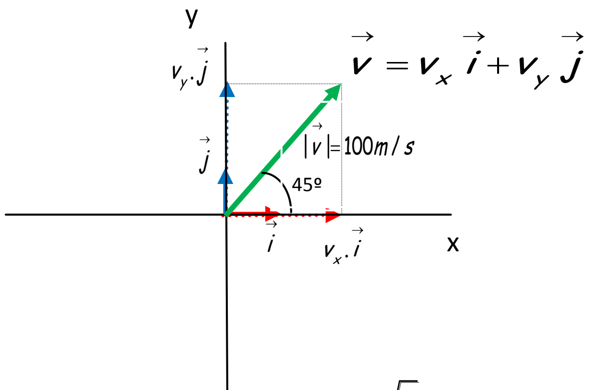
Si el coche se mueve ahora hacia la izquierda con la misma velocidad de 10 m/s, la expresión analítica de su vector velocidad es:



$$\boxed{\vec{v} = -10\,\vec{i}\ m/s = -10\,\vec{i} + 0\,\vec{j}\ m/s = (-10,0)\,m/s} \Rightarrow \begin{cases} \text{Dirección: horizontal} \\ \text{Sentido: izquierda} \\ \text{Módulo: } 10\,m/s \end{cases}$$

2º.- Si la dirección del vector no coincide con ninguno de los dos ejes, entonces el vector tendrá las dos componentes distintas de cero.

Por ejemplo, supongamos que se dispara un proyectil con una velocidad de 100 m/s formando un ángulo de 45º con la parte positiva de eje x. Escribe la expresión analítica del vector velocidad.



$$\vec{v} = v_x\,\vec{i} + v_y\,\vec{j} \Rightarrow \begin{cases} v_x = |\vec{v}|.\cos 45^\circ = 100\cos 45^\circ = 100.\dfrac{\sqrt{2}}{2}\,m/s \\ v_y = |\vec{v}|.sen 45^\circ = 100\,sen 45^\circ = 100.\dfrac{\sqrt{2}}{2}\,m/s \end{cases} \Rightarrow \vec{v} = 50\sqrt{2}\,\vec{i} + 50\sqrt{2}\,\vec{j}\ m/s$$

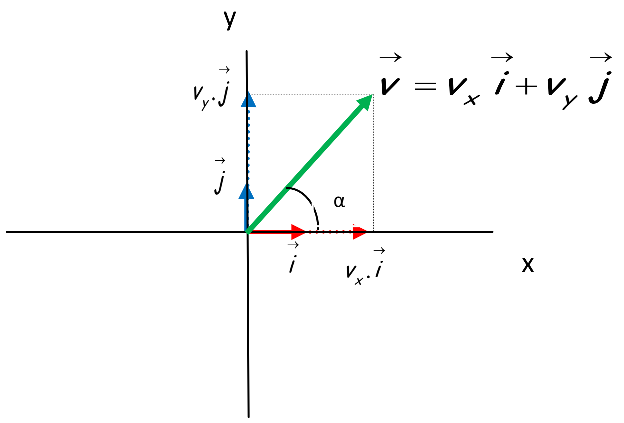
$$\boxed{\vec{v} = 50\sqrt{2}\,\vec{i} + 50\sqrt{2}\,\vec{j}\ m/s = 50\sqrt{2}\,\vec{i} + 50\sqrt{2}\,\vec{j}\ m/s}$$

Observa como las dos coordenadas son positivas ya que el vector está orientado en el primer cuadrante.

La forma general de calcular las coordenadas de un vector en el plano XY, aplicando la trigonometría es:

$$\boxed{\vec{v} = v_x\,\vec{i} + v_y\,\vec{j} \Rightarrow \begin{cases} v_x = |\vec{v}|.\cos\alpha \\ v_y = |\vec{v}|.sen\alpha \end{cases}}$$

Siendo α el ángulo que forma el semieje positivo de las x con el vector. El signo del seno y el coseno de este ángulo nos proporcionarán el signo de las coordenadas del vector.



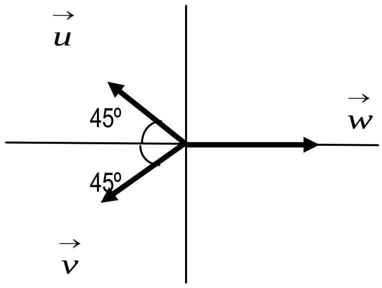
Ejemplo 4º

Indica la expresión analítica de la magnitud física vectorial correspondiente en cada uno de los casos siguientes:

a) Coche que circula a 50 Km/h hacia la derecha.
b) Objeto que es lanzado verticalmente hacia arriba a 10 m/s.
c) Tren que se acerca al andén de la estación por tu derecha a 20 Km/h.
d) Aceleración de la gravedad terrestre.
e) Objeto que desciende a 5 m/s.
f) Moto que se acerca al paso de peatones por tu izquierda a 20 m/s.
g) Tu peso.
h) Balón que se chuta a 200 m/s formando un ángulo de 45º con la horizontal.
i) Jugador de tenis que golpea la pelota hacia abajo formando 45º con el semieje horizontal positivo a 100 m/s.
j) Avión que vuela a 1000 Km /h hacia S.
k) Avión que vuela a 1000 Km /h hacia NE.
l) Avión que vuela a 1000 Km /h hacia SE.
m) Avión que vuela a 1000 Km /h hacia NNO.

Ejemplo 5º

Considera los tres vectores $\vec{u}, \vec{v}$ y $\vec{w}$ siguientes, cuyos módulos son: $|\vec{u}| = 4u$ $|\vec{v}| = 4u$ $|\vec{w}| = 6u$

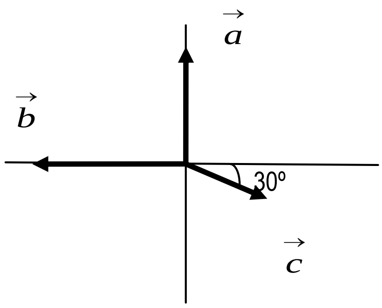


Calcula la expresión analítica de cada uno de los vectores $\vec{u}, \vec{v}$ y $\vec{w}$.

SOLUC: $\vec{u} = -2\sqrt{2}\,\vec{i} + 2\sqrt{2}\,\vec{j}$ u $\vec{v} = -2\sqrt{2}\,\vec{i} - 2\sqrt{2}\,\vec{j}$ u $\vec{w} = 6\,\vec{i}$ u

Ejemplo 6º

Considera los tres vectores $\vec{a}, \vec{b}$ y $\vec{c}$ siguientes, cuyos módulos son: $|\vec{a}| = 4u$ $|\vec{b}| = 6u$ $|\vec{c}| = 3u$



Calcula la expresión analítica de cada uno de los vectores $\vec{a}, \vec{b}$ y $\vec{c}$.

SOLUC: $\vec{a} = 4\,\vec{j}$ u $\vec{b} = -6\,\vec{i}$ u $\vec{c} = 2{,}61\,\vec{i} - 1{,}5\,\vec{i}$ u

7. OPERACIONES CON VECTORES EN FORMA ANALÍTICA

Supongamos dos vectores, $\vec{u}$ y $\vec{v}$, del plano XY expresados en forma analítica:

$$\vec{u} = (u_x, u_y) = u_x\vec{i} + u_y\vec{j} \quad \text{y} \quad \vec{v} = (v_x, v_y) = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$$

7.1 Suma analítica de vectores

Se define la suma analítica de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$, como el vector que se obtiene de sumar las coordenadas semejantes:

$$\boxed{\vec{u} + \vec{v} = (u_x, u_y) + (v_x, v_y) = (u_x + v_x, u_y + v_y) = (u_x + v_x)\vec{i} + (u_y + v_y)\vec{j}}$$

7.2 Resta analítica de vectores

Se define la resta analítica de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$, como el vector que se obtiene de restar a las coordenadas del primero, las coordenadas semejantes del segundo:

$$\boxed{\vec{u} - \vec{v} = (u_x, u_y) - (v_x, v_y) = (u_x - v_x, u_y - v_y) = (u_x - v_x)\vec{i} + (u_y - v_y)\vec{j}}$$

7.3 Producto de un escalar por un vector en forma analítica

Se define el producto de un escalar k por un vector $\vec{u}$, como el vector que se obtiene de multiplicar cada una de sus coordenadas por el escalar:

$$\boxed{k.\vec{u} = k.(u_x, u_y) = (k.u_x, k.u_y) = k.u_x\vec{i} + k.u_y\vec{j}}$$

7.4 Producto escalar de dos vectores en forma analítica

El producto escalar de dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$, escrito en forma analítica es un escalar que se obtiene de multiplicar las coordenadas semejantes de ambos vectores y sumar los resultados:

$$\boxed{\vec{u}.\vec{v} = (u_x, u_y).(v_x, v_y) = u_x.v_x + u_y.v_y}$$

COMENTARIOS

1º.- Recuerda que el 2º comentario de la definición geométrica del producto escalar nos decía que si multiplicamos escalarmente al vector por sí mismo, obtenemos una expresión que nos permite calcular el módulo del vector a partir de sus coordenadas:

$$\vec{u}.\vec{u} = |\vec{u}|.|\vec{u}|.\cos(\vec{u},\vec{u}) = |\vec{u}|^2 \cos 0° = |\vec{u}|^2 \quad \Rightarrow \quad |\vec{u}| = \sqrt{\vec{u}.\vec{u}}$$

Y si ahora sustituimos el producto escalar por su expresión analítica:

$$|\vec{u}| = \sqrt{\vec{u}.\vec{u}} = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$$

Obtenemos que el módulo de un vector es igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de sus coordenadas.

2º.- Recuerda igualmente que, según el tercer comentario, si despejamos el coseno en la definición geométrica, obtenemos una expresión que nos permitía conocer el coseno del ángulo que forman los vectores y, a partir de él, calcular el ángulo que forman los vectores:

$$\cos(\vec{u},\vec{v}) = \frac{\vec{u}.\vec{v}}{|\vec{u}|.|\vec{v}|}$$

Y si ahora sustituimos el producto escalar por su expresión analítica y también el módulo de los vectores, queda la expresión:

$$\cos(\vec{u},\vec{v}) = \frac{\vec{u}.\vec{v}}{|\vec{u}|.|\vec{v}|} = \frac{u_x.v_x + u_y.v_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}.\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}$$

De modo que si conocemos las coordenadas de los vectores, podemos conocer el ángulo que forman.

Ejemplo 7º

Dados los vectores $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$ $\quad \vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j}$ Calcula:

a) La suma: $\vec{u} + \vec{v}$

b) La resta: $\vec{u} - \vec{v}$

c) El producto del escalar 3 por el vector $\vec{u}$ ($3.\vec{u}$)

d) El producto escalar de ambos vectores: $\vec{u}.\vec{v}$

e) El módulo de cada uno de los vectores: $|\vec{u}|$ y $|\vec{v}|$

f) El ángulo que forman ambos vectores.

Ejemplo 8º

Responde a los mismos apartados del ejercicio anterior con los vectores:

$$\vec{u} = -\vec{i} + \vec{j} \qquad \vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j}$$

Ejemplo 9º

Comprueba el valor de los siguientes productos escalares entre los vectores unitarios:

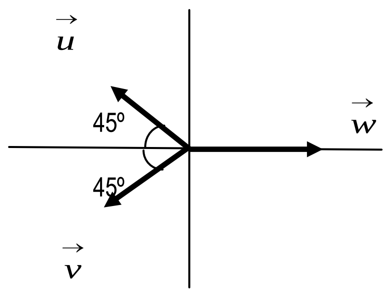
$$\vec{i}.\vec{i} \qquad \vec{i}.\vec{j} \qquad \vec{j}.\vec{j}$$

a) Aplicando la definición geométrica.

b) Aplicando la definición analítica.

Ejemplo 10º

Considera los tres vectores $\vec{u}, \vec{v}$ y $\vec{w}$ siguientes, cuyos módulos son: $|\vec{u}| = 4u$ $\quad |\vec{v}| = 4u$ $\quad |\vec{w}| = 6u$



A) Calcula la expresión analítica de cada uno de los vectores $\vec{u}, \vec{v}$ y $\vec{w}$.

B) Halla la suma geométrica de los tres vectores.

C) Halla la suma analítica de los tres vectores.

D) Calcula geométricamente el producto escalar $\vec{v}.\vec{w}$

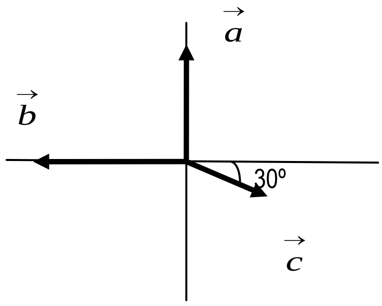
E) Halla el producto escalar $\vec{v}.\vec{w}$ de forma analítica y comprueba que sale el mismo resultado que en el apartado anterior.

SOLUC: A) $\vec{u} = -2\sqrt{2}\,\vec{i} + 2\sqrt{2}\,\vec{j}$ u $\quad \vec{v} = -2\sqrt{2}\,\vec{i} - 2\sqrt{2}\,\vec{j}$ u $\quad \vec{w} = 6\,\vec{i}$ u $\quad$ C) $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = 0{,}34\,\vec{i}$ u

D) y E) $\vec{v}.\vec{w} = -16{,}97$ u^2

Ejemplo 6º

Considera los tres vectores $\vec{a}, \vec{b}\ y\ \vec{c}$ siguientes, cuyos módulos son: $|\vec{a}| = 4u$ $|\vec{b}| = 6u$ $|\vec{c}| = 3u$



A) Calcula la expresión analítica de cada uno de los vectores $\vec{a}, \vec{b}\ y\ \vec{c}$.
B) Halla la suma geométrica de los tres vectores.
C) Halla la suma analítica de los tres vectores.
D) Calcula geométricamente el producto escalar $\vec{b}\,.\,\vec{c}$
E) Halla el producto escalar $\vec{b}\,.\,\vec{c}$ de forma analítica y comprueba que sale el mismo resultado que en el apartado anterior.

SOLUC: A) $\vec{a} = 4\,\vec{j}$ u $\vec{b} = -6\,\vec{i}$ u $\vec{c} = 2{,}61\,\vec{i} - 1{,}5\,\vec{i}$ u C) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = -3{,}34\,\vec{i} + 2{,}5\,\vec{j}$ u

D) y E) $\vec{b}.\vec{c} = -15{,}6$ u^2

ANEXO 1

TABLA DE PREFIJOS

PREFIJO	SÍMBOLO	VALOR EN FORMA DECIMAL	VOLOR EN NOTACIÓN CIENTÍFICA	EQUIVALENCIA EN UNIDADES
tera	T	1,000,000,000,000	$1X10^{12}$	Billón
giga	G	1,000,000,000	$1X10^{9}$	mil millones
mega	M	1,000,000	$1X10^{6}$	millón
kilo	k	1000	$1X10^{3}$	mil
hecto	h	100	$1X10^{2}$	cien
deca	da	10	1X10	diez
unidad	1	1	1	uno
deci	d	0.1	$1X10^{-1}$	décima
centi	c	0.01	$1X10^{-2}$	centésima
mili	m	0.001	$1X10^{-3}$	milésima
micro	µ	0.000001	$1X10^{-6}$	millonésima
nano	n	0.000000001	$1X10^{-9}$	mil millonésima
pico	p	0.000000000001	$1X10^{-12}$	billonésima
femto	f	0.000000000000001	$1X10^{-15}$	mil billonésima
atto	a	0.0000000000000000 1	$1X10^{-18}$	trillonésima

CIENCIA Y SOCIEDAD: EL MÉTODO CIENTÍFICO

1.1 El origen de la ciencia

La ciencia surge, en primera instancia, por la curiosidad innata del ser humano y la necesidad de entender el entorno que le rodea. De este modo, puede además desenvolverse mejor en él. El objetivo de la ciencia es, pues, explicar el mundo en el que vivimos.

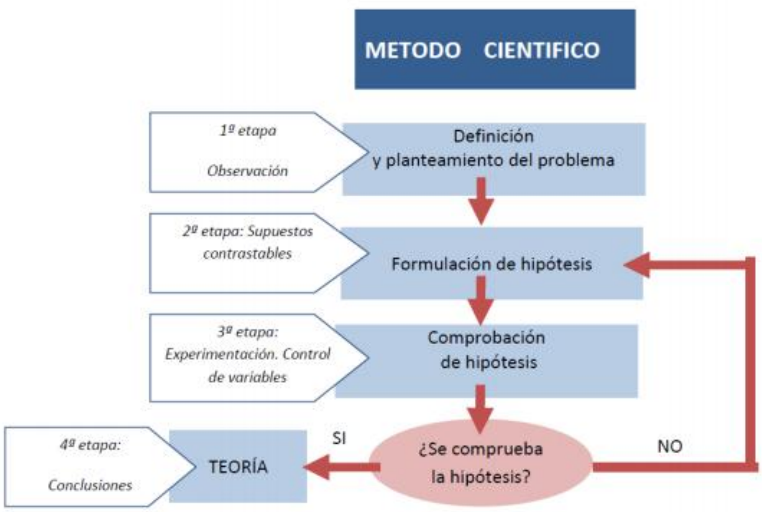
Se trata de un mundo, sin duda, muy complejo, en el que se están produciendo cambios continuamente. Y estamos tan acostumbrados a estos cambios que lo habitual es que no los cuestionemos: "Las cosas son como son".

En ocasiones, sin embargo, hay personas que se cuestionan estos fenómenos, por simples que sean, siendo este el origen del conocimiento científico. La ciencia comienza, pues, por el **planteamiento de un problema.**

1.2 El Método científico

Una vez identificado el problema, lo siguiente es darle una explicación. Para ello, se procede como sigue:

1. **Definición y planteamiento del problema:** pregunta para la cual no encontramos respuesta. Es necesario que sea resoluble y debe ser formulado en términos adecuados.
2. **Formulación de la hipótesis:** la hipótesis exige una formulación más elaborada con la aparición de las variables y la relación que esperamos encontrar entre ellas. Es la "verdad provisional" o cómo se explica el problema a la luz de lo que se sabe. Las hipótesis se pueden formular como objetivos o resultados que se quieren conseguir. Para aceptar o rechazar la hipótesis (o conseguir el objetivo) se elige un determinado diseño de estudio.
3. **Recogida y análisis de datos:** comprobación empírica tras recogida de datos. Es la etapa más específica de cada técnica concreta del método científico.
4. **Confrontación de los datos con la hipótesis**
5. **Conclusiones y generalización de los resultados:** Si los datos avalan la hipótesis será confirmada. En caso contrario se concluirá que en las circunstancias contempladas la hipótesis no ha sido confirmada y/o se volverá a la segunda etapa proponiendo una nueva y coherente solución al problema.
6. **Nuevas predicciones:** esta etapa es añadida por algunos autores y hace referencia a nuevos problemas que surgirían de los resultados obtenidos.



Actividad 1ª

El siguiente relato nos describe el planteamiento de un problema científico real y los intentos por explicarlo:

En muchas ocasiones habrás observado que no todos los cuerpos caen con la misma velocidad. Así, si dejamos caer desde la misma altura una pluma y una piedra, la piedra llegará antes al suelo y lo hará a mayor velocidad.

En el siglo IV (a. de C), Aristóteles explicó el fenómeno basándose en el peso de los cuerpos, estableciendo que la velocidad en la caída era proporcional al peso, por lo que los cuerpos pesados caen más rápido que los ligeros.

Nadie cuestionó esta explicación hasta que Galileo, en el siglo XVII, se planteó la posibilidad de que la diferencia de rapidez no se debiera al peso, sino a que los cuerpos, en su movimiento, tenían que ir apartando el aire, y a los ligeros les costaba más hacerlo que a los pesados.

Para comprobarlo, dejó caer dos esferas de distinto peso desde la misma altura y observó que llegaron al suelo prácticamente al mismo tiempo, con lo que pudo asegurar que, en contra de la explicación de Aristóteles, la rapidez con la que caían los cuerpos no dependía de su peso.

Identifica las etapas de la metodología científica en el relato anterior.

Actividad 2ª

Plantea un problema que se pueda investigar científicamente y sigue las etapas del método científico para explicarlo.

Actividad 3ª

A principios del siglo XIX, Avogadro sugirió que: “volúmenes iguales de gases diferentes, en las mismas condiciones de presión y temperatura, contienen el mismo número de moléculas”. En los libros antiguos, a este enunciado se le llama **hipótesis de Avogadro,** y en los modernos se habla de **ley de Avogadro.**
¿A qué crees que se debe el cambio de denominación?

Actividad 4ª

NAVEGANDO POR LA WEB

Experimento de la pluma y el martillo en la luna

Realiza una búsqueda en internet titulada “experimento pluma martillo luna”.

a) Una vez visionado explica de un modo crítico que se puede concluir de la experiencia.
b) Realiza un breve resumen de la primera expedición del hombre en la luna (año, nombre de los astronautas, objetivos, países implicados, …)

CUESTIONES

Cuestión 1ª

Considera las siguientes magnitudes físicas: fuerza, aceleración, longitud tiempo, velocidad, volumen, temperatura, energía, masa, trabajo, presión y carga eléctrica.

a) Indica cuales son fundamentales y cuales derivadas.
b) Indica cuáles son escalares y cuáles son vectoriales.
c) Indica la unidad del sistema internacional de cada una de las magnitudes físicas enumeradas.

Cuestión 2ª

Escribe, utilizando los símbolos adecuados, las siguientes medidas y exprésalos en notación científica:

a) Ciento setenta kilómetros.
b) Quince miliamperios.
c) Veinte nanosegundos.
d) Cuarenta megavatios.
e) Doce microculombios.

Cuestión 3ª

Ordena de mayor a menor los siguientes valores de longitud:

a) 250 m
b) 30000 mm
c) 8000 μm
d) 60 km
e) 0,05 Mm

PROBLEMAS

Problema 1º

Utilizando el método de las fracciones unitarias, expresa en unidades del SI y en notación científica las siguientes medidas:

a) 108 km/h
b) 13,6 g/cm^3
c) 980 cm/s
d) -56 ºC
e) 500 L
f) 200 cm^2
g) 200 cm^3

Problema 2º

Un embalse con 1530 hm^3 de capacidad, debido a las abundantes lluvias, ha vertido al mar entre enero y febrero 2824 hm^3. Expresa en m^3 la capacidad y el agua excedente de este embalse utilizando notación científica con tres cifras decimales.

Problema 3º

A) Expresa en cm^3 y en L la capacidad (volumen) de un tetra brik cuyas dimensiones son 16,5 cm x 6,5 cm x 9,5 cm.
B) Expresa en cm^3 y en L el volumen de una taza cilíndrica cuya base tiene un diámetro de 7,5 cm y una altura de 9,5 cm.
C) Expresa en cm^3 y en L el volumen de una esfera de 2,4 cm de diámetro.
D) Si la masa de la esfera anterior es de 10,05 g, calcula su densidad.

SOLUC: A) V = 1000 cm^3 = 1L B)V = 420 cm^3 = 0,42 L C) V = 7,2 cm^3 = 0,0072 L D) d = 1,4 g/cm^3

Problema 4º

Un ordenador tiene las siguientes características: velocidad del procesador 2,4 GHz (gigahercios) y capacidad de memoria RAM 512 Mb (megabytes). Expresa la velocidad del procesador en Hz (hercios) y la capacidad en b (bytes). Exprésalo en notación decimal y en notación científica y lee dichas cantidades.

Problema 5º

Di que finca tiene una superficie mayor, una de 150 m de ancho por 1270 dm de largo u otra de 2,3.10^5 mm de ancho por 0,06 km de largo.

SOLUC: La primera con una superficie de 19 050 m^2 es mayor que la segunda con 13 800 m^2

Problema 6º

Calcula, en unidades del SI, la densidad media de la tierra sabiendo que su masa es de aproximadamente 5,98.10^{24} kg y su radio medio de 6400 km.

Problema 7º

El segundero de un reloj de pared mide 20 cm. Considerando al segundero como un vector y tomando como eje de abscisas la recta que pasa por las 3 y las 9, y como eje de ordenadas la recta que pasa por las 12 y las 6, halla la expresión analítica del "vector segundero" cuando se encuentre en las siguientes posiciones:

a) En las 12.
b) En las 3.
c) En las 6.
d) En las 9.
e) En las 1.
f) En las 2.
g) En las 4.
h) En las 8.
i) En las 11.

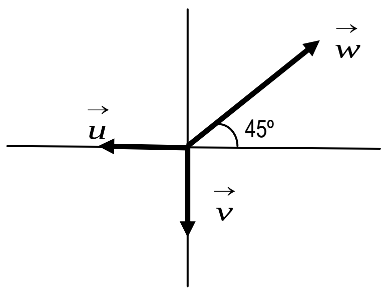
SOLUC: a) $\vec{s} = 20\,\vec{j}\ cm$ b) $\vec{s} = 20\,\vec{i}\ cm$ c) $\vec{s} = -20\,\vec{j}\ cm$ d) $\vec{s} = -20\,\vec{i}\ cm$

e) $\vec{s} = 10\,\vec{i} + 17{,}4\,\vec{j}\ cm$ f) $\vec{s} = 17{,}4\,\vec{i} + 10\,\vec{j}\ cm$ g) $\vec{s} = 17{,}4\,\vec{i} - 10\,\vec{j}\ cm$

h) $\vec{s} = -17{,}4\,\vec{i} - 10\,\vec{j}\ cm$ i) $\vec{s} = -10\,\vec{i} + 17{,}4\,\vec{j}\ cm$

Problema 8º

Considera los tres vectores $\vec{u}, \vec{v}\ y\ \vec{w}$ siguientes, cuyos módulos son $|\vec{u}| = 3\,u, |\vec{v}| = 3\,u\ y\ |\vec{w}| = 6\,u$:



a) Calcula la expresión analítica de cada uno de los vectores $\vec{u}, \vec{v}\ y\ \vec{w}$.
b) Halla la suma geométrica de los tres vectores.
c) Halla la suma analítica de los tres vectores.
d) Calcula geométricamente el producto escalar $\vec{v} . \vec{w}$
e) Halla el producto escalar $\vec{v} . \vec{w}$ de forma analítica.

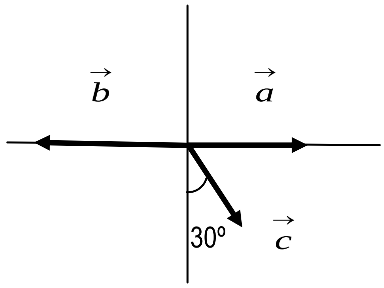
SOLUC: A) $\vec{u} = -3\,\vec{i}\ u$ $\vec{v} = -3\,\vec{j}\ u$ $\vec{w} = 3\sqrt{2}\,\vec{i} + 3\sqrt{2}\,\vec{j}\ u$ C) $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = 1{,}24\,\vec{i} + 1{,}24\,\vec{j}\ u$

D) y E) $\vec{v} . \vec{w} = -12{,}73\ u^2$

Problema 9º

Considera los tres vectores $\vec{a}, \vec{b}\ y\ \vec{c}$ siguientes, cuyos módulos son:

$$|\vec{a}| = 4\,u, |\vec{b}| = 6\,u\ y |\vec{c}| = 3\,u:$$



a) Calcula la expresión analítica de cada uno de los vectores $\vec{a}, \vec{b}\ y\ \vec{c}$.

b) Halla la suma geométrica de los tres vectores.

c) Halla la suma analítica de los tres vectores.

d) Calcula geométricamente el producto escalar $\vec{b}\,.\,\vec{c}$

e) Halla el producto escalar $\vec{b}\,.\,\vec{c}$ de forma analítica.

SOLUC: A) $\vec{a} = 4\,\vec{i}\ u$ $\vec{b} = -6\,\vec{i}\ u$ $\vec{b} = 1{,}5\,\vec{i} - 2{,}61\,\vec{j}\ u$ C) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = -0{,}5\,\vec{i} - 2{,}61\,\vec{j}\ u$

D) y E) $\vec{b}\,.\,\vec{c} = -9\ u^2$

Problema 10º

Dados los vectores $\vec{a} = 9\,\vec{i} - 12\,\vec{j}\ m,\ \vec{b} = 12\,\vec{j}\ m\ \ y\ \ \vec{c} = -17\,\vec{i}\ m$, determina:

a) El que tiene mayor módulo.

b) El vector que sumado a $\vec{a}$ da $\vec{b}$.

c) El producto escalar de $\vec{b}$ con $\vec{c}$.

d) El ángulo que forman $\vec{a}$ y $\vec{b}$.

SOLUC: a) $|\vec{a}| = 15\,m$ $|\vec{b}| = 12\,m$ $|\vec{c}| = 17\,m$ b) $-9\,\vec{i} + 24\,\vec{j}\ m$ c) 0 m^2 d) 143,13º

TEMA 2. CINEMÁTICA

1. **Cinemática.**
2. **El Movimiento.**
3. **Trayectoria, espacio recorrido, vector de posición y vector desplazamiento.**
4. **Vectores velocidad media y velocidad instantánea.**
5. **Vectores aceleración media y aceleración instantánea.**
6. **Componentes intrínsecas de la aceleración: aceleración normal o centrípeta y aceleración tangencial.**
7. **Clasificación de los movimientos.**
8. **Movimientos rectilíneos.**
9. **MRU: Ecuaciones y gráficas.**
10. **MRUA: Ecuaciones y gráficas.**
11. **Movimiento de caída libre.**
12. **MCU: Ecuaciones.**
13. **Composición de movimientos: movimiento parabólico.**

CIENCIA Y SOCIEDAD: Tiempo de reacción y distancia de seguridad

NAVEGANDO POR LA WEB: Los sistemas de posicionamiento: El GPS y el Proyecto Galileo

Cuestiones y Problemas.

Problemas para ampliar

Entender el movimiento es entender la naturaleza

(Leonardo Da Vinchi)

1. CINEMÁTICA

La **Cinemática** es una rama de la Mecánica que estudia el movimiento de los cuerpos sin tener en cuenta las causas que lo originan.

En el tema siguiente estudiaremos la **Dinámica** que es otra parte de la Mecánica que también estudia el movimiento de los cuerpos y su relación con las fuerzas.

2. EL MOVIMIENTO

Se denomina ***movimiento*** al cambio de posición de un cuerpo respecto a un observador que se toma como punto de referencia y que se denomina **sistema de referencia**.

De la definición se deduce claramente que reposo y movimiento son conceptos relativos, es decir, dos observadores pueden describir de distinta forma el movimiento de un mismo cuerpo. De hecho, un mismo objeto puede estar en movimiento respecto a un sistema de referencia y al mismo tiempo estar en reposo respecto a otro sistema de referencia diferente.

Podemos afirmar que el tipo de movimiento que realiza un cuerpo depende del observador o sistema de referencia. Por tanto, no existen los movimientos absolutos, todos los movimientos son relativos.

En general, el movimiento de los cuerpos que observamos a nuestro alrededor corresponde a uno de los dos movimientos siguientes, o a una combinación de ambos:

- Movimiento de traslación.
  Es aquel en el que el cuerpo, al cambiar de posición, no modifica su orientación espacial: el cuerpo siempre está orientado en de la misma forma, pero en distinto lugar. En este caso, conociendo la posición de un único punto podemos obtener la de todos los demás, ya que siempre continúan orientados como estaban antes de iniciarse el movimiento.

- Movimiento de rotación.
  Ahora uno o varios puntos del cuerpo permanecen fijos, y los demás giran alrededor de ellos: el cuerpo varía su orientación espacial, pero, en conjunto, no cambia de lugar.

En general el movimiento de un cuerpo es una combinación de ambos movimientos: piensa en el movimiento de un balón cuando es lanzado.

Cuando no tenemos en cuenta la forma y las dimensiones del cuerpo, sólo estudiamos su movimiento de traslación. En estos casos podemos representar al cuerpo por un punto al que denominamos **PUNTO MATERIAL**.

3. TRAYECTORIA, ESPACIO RECORRIDO, VECTOR DE POSICIÓN Y VECTOR DESPLAZAMIENTO

En el movimiento, se denomina ***trayectoria*** a la línea imaginaria que une las sucesivas posiciones por las que va pasando un cuerpo. Esta puede ser rectilínea, curvilínea (circular, elíptica, parabólica, etc.) o una sucesión de ambas.

En un movimiento, se denomina ***espacio recorrido*** a la longitud de la trayectoria.

Se denomina ***vector de posición*** de una partícula, respecto a un sistema de referencia, al vector que va desde el origen del sistema de referencia a la posición que ocupa la partícula. Se representa por $\vec{r}$.

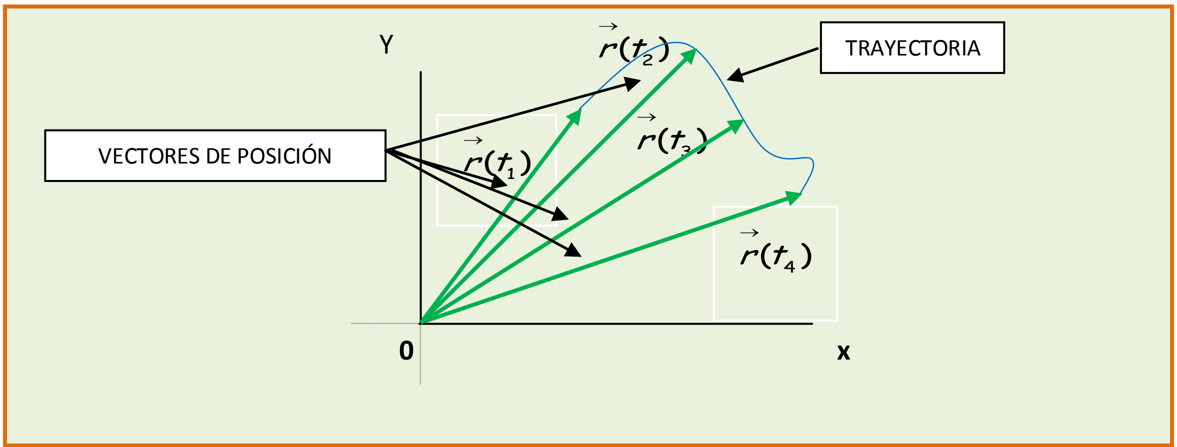


Figura 2.1
Vectores de posición y trayectoria

El vector de posición tiene las siguientes propiedades:

1. Es una magnitud física vectorial que se mide en unidades de longitud, es decir, en m en el SI de unidades.
2. El módulo del vector de posición nos indicará a qué distancia estará la partícula del sistema de referencia en cada instante.
3. Cuando la partícula esté en reposo respecto al sistema de referencia el vector de posición será constante, es decir, no cambiará con el tiempo.
4. El vector de posición de una partícula que se mueve respecto a un sistema de referencia será función del tiempo y por eso podemos escribir:

$$\vec{r}(t) = x(t)\,\vec{i} + y(t)\,\vec{j}$$

Llamamos ***ECUACIONES PARAMÉTRICAS DE LA TRAYECTORIA O ECUACIONES PARAMÉTRICAS DEL MOVIMIENTO*** a las expresiones analíticas de las componentes cartesianas, x(t) e y(t), del vector de posición y que corresponden con dos ecuaciones escalares.

5. En los instantes en los que el móvil se encuentre en el sistema de referencia el vector de posición valdrá cero.
6. En general serán dos las ecuaciones paramétricas de la posición para una partícula que se mueve en el plano XY, pero si la partícula se mueve solamente a lo largo de uno de los ejes de coordenadas entonces la única coordenada distinta de 0 del vector de posición será la de ese eje, pudiendo prescindir de las otras dos coordenadas ya que serían nulas, y por tanto, habrá una sola ecuación cartesiana de la posición.

Se llama ***vector desplazamiento*** entre dos instantes de tiempo t_1 y t_2, a la diferencia entre los vectores de posición en el instante final t_2, y el vector de posición en el instante inicial t_1,. Se representa por $\Delta\vec{r}$ y se calcula:

$$\boxed{\Delta\vec{r} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)}$$

El vector desplazamiento tiene las siguientes propiedades:

1. Se mide en unidades de longitud, es decir, en m en el SI de unidades.
2. Es una magnitud vectorial puesto que se define mediante la resta de dos vectores.
3. Teniendo en cuenta la definición geométrica de la resta entre dos vectores, puede observarse que el vector desplazamiento coincide gráficamente con el vector que va desde la posición inicial a la posición ocupada en el instante final (figura 2.2).
4. El módulo del vector desplazamiento entre dos posiciones representa a la distancia que hay en línea recta entre ambas posiciones.
5. En general, esta distancia será menor que el espacio recorrido. El módulo del vector desplazamiento sólo coincidirá con el espacio recorrido cuando la trayectoria sea rectilínea y no se invierta el sentido del movimiento.
6. Si un móvil parte de un punto y vuelve al mismo entonces el vector desplazamiento vale cero.

En la gráfica siguiente se puede observar los vectores de posición de una partícula, respecto a un sistema de referencia, en dos instantes de tiempo diferentes, la trayectoria y el vector desplazamiento entre esos dos mismos instantes:

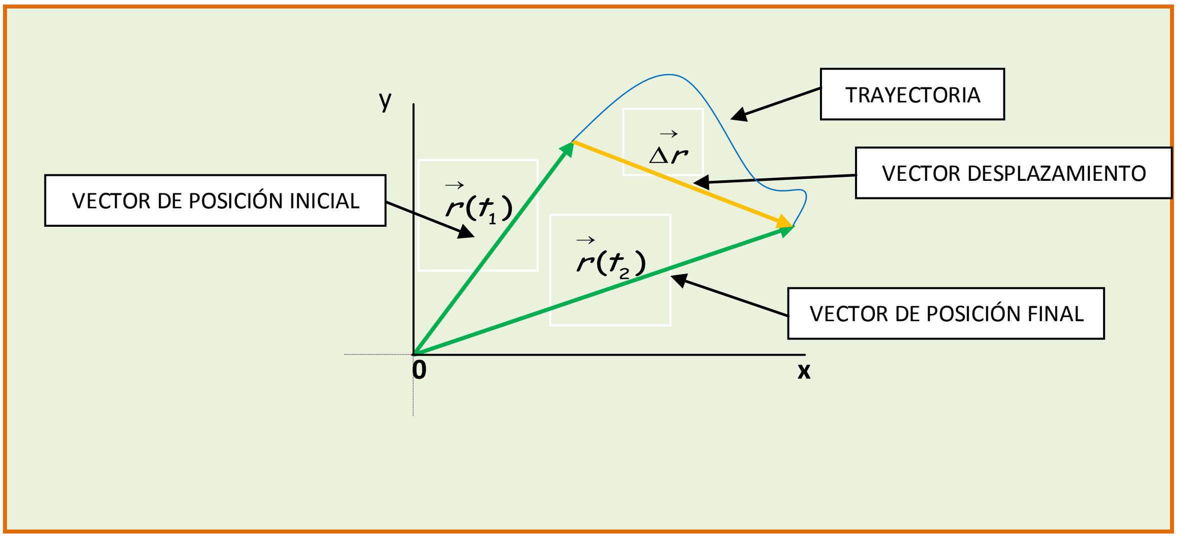


Figura 2.2
Vector de posición, vector desplazamiento y trayectoria

Ejemplo 1º

Un alumno sale a pasear en bicicleta desde su casa. Primero recorre 500 m hacia el norte, después 400 m hacia el este y luego 800 m hacia el sur. Considerando que el sistema de referencia se sitúa en su casa:

a) Dibuja la trayectoria descrita por el alumno.

b) Dibuja y calcula el vector de posición del alumno cuando hizo la primera parte del recorrido.

c) Dibuja y calcula el vector de posición del alumno cuando hizo la segunda parte del recorrido. ¿A qué distancia se encuentra el alumno de su casa en este momento?

d) Dibuja y calcula el vector de posición del alumno cuando hizo la tercera parte del recorrido. ¿A qué distancia se encuentra el alumno de su casa en este momento?

e) ¿Cuánto vale el vector de posición inicial?

f) ¿Cuál ha sido el espacio recorrido por el alumno desde que salió de casa?

g) Dibuja y calcula el vector desplazamiento del alumno desde que salió de casa hasta el final del recorrido.

h) Dibuja y calcula el vector desplazamiento del alumno desde que hizo la primera parte hasta el final del recorrido.

Ejemplo 2º

Una liebre se encuentra inicialmente a 200 m de su madriguera y al este de esta. Ante la presencia de un depredador, la liebre sale corriendo. Primero recorre 400 m hacia el norte, después 600 m hacia el este y finalmente, desde este punto, se mueve en línea recta hasta alcanzar su madriguera. Tomando como sistema de referencia la madriguera de la liebre:

a) Dibuja la trayectoria descrita por la liebre.

b) Dibuja y calcula el vector de posición inicial de la liebre.

c) Dibuja y calcula el vector de posición de la liebre cuando hizo la primera parte del recorrido. ¿A qué distancia se encuentra la liebre de su madriguera en este momento?

d) Dibuja y calcula el vector de posición de la liebre cuando hizo la segunda parte del recorrido. ¿A qué distancia se encuentra la liebre de su madriguera en este momento?

e) Dibuja y calcula el vector de posición de la liebre cuando hizo la tercera parte del recorrido. ¿A qué distancia se encuentra la liebre de su madriguera en este momento?

f) ¿Cuál ha sido el espacio recorrido por la liebre desde que comenzó la huida?

g) Dibuja y calcula el vector desplazamiento de la liebre desde que salió huyendo hasta que llegó a la madriguera.

h) Dibuja y calcula el vector desplazamiento de la liebre desde que salió huyendo hasta que hizo la primera parte del recorrido.

i) Dibuja y calcula el vector desplazamiento de la liebre desde que salió huyendo hasta que hizo la segunda parte del recorrido.

Ejemplo 3º

La aguja del segundero de un reloj de pared mide 20 cm. Suponiendo que el extremo de la aguja señala la posición de un punto que se mueve siguiendo una trayectoria circular y tomando como eje de abscisas la recta que pasa por la 3 y las 9 del reloj, y como eje de ordenadas la recta que pasa por las 12 y la 6:

a) Dibuja y calcula el vector de posición del móvil cuando la aguja señala las 12.

b) Dibuja y calcula el vector de posición del móvil cuando la aguja señala las 1.

c) Dibuja y calcula el vector de posición del móvil cuando la aguja señala las 3.

d) Dibuja y calcula el vector de posición del móvil cuando la aguja señala las 4.

e) Dibuja y calcula el vector de posición del móvil cuando la aguja señala las 6.

f) Dibuja y calcula el vector de posición del móvil cuando la aguja señala las 9.

g) Dibuja y calcula el vector de posición del móvil cuando la aguja señala las 10.

h) Dibuja y calcula el vector desplazamiento del móvil entre las 12 y las 3.

i) Dibuja y calcula el vector desplazamiento del móvil entre las 12 y las 6.

j) Dibuja y calcula el vector desplazamiento del móvil entre las 12 y las 9.

k) Dibuja y calcula el vector desplazamiento del móvil entre las 3 y las 6.

l) Dibuja y calcula el vector desplazamiento del móvil entre las 3 y las 9.

m) Dibuja y calcula el vector desplazamiento del móvil entre las 3 y las 12.

n) Dibuja y calcula el vector desplazamiento del móvil entre las 6 y las 9.

o) Dibuja y calcula el vector desplazamiento del móvil entre las 6 y las 12.

p) Dibuja y calcula el vector desplazamiento del móvil entre las 6 y las 3.

Ejemplo 4º

Lanzamos desde el suelo, verticalmente y hacia arriba, una pelota que llega a una altura de 12 m y vuelve a caer al suelo en el mismo punto de su lanzamiento. Tomando como sistema de referencia el punto del lanzamiento, dibuja y calcula el vector desplazamiento, calcula su módulo y el espacio recorrido en cada una de las siguientes situaciones:

a) En el tramo de subida.

b) En el tramo de bajada.

c) Entre la posición inicial y final.

Ejemplo 5º

El vector de posición instantáneo de una partícula que se mueve por el plano XY, en unidades del SI, es:

$$\vec{r}(t) = (t-2)\,\vec{i} + (4-2t^2)\,\vec{j} = (t-2, 4-2t^2) \quad \Rightarrow \quad \textit{Ecuaciones paramétricas} \begin{cases} x = t-2 \\ y = 4-2t^2 \end{cases}$$

Para dicha partícula calcula:

a) La posición inicial. b) La posición a los 3 s.

c) La distancia a la que se encuentra la partícula del punto de referencia a los 5 s.

d) El vector desplazamiento y su módulo entre los instantes 3 y 5 s.

e) La ecuación de la trayectoria.

Ejemplo 6º

Las ecuaciones paramétricas de la posición de una partícula que se mueve respecto a un determinado sistema de referencia son, en unidades del SI:

$$\begin{cases} x = 1-2t \\ y = 2t-4t^2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \textit{vector posición}\ \vec{r}(t) = (1-2t)\,\vec{i} + (2t-4t^2)\,\vec{j} = (1-2t, 2t-4t^2)$$

Para dicha partícula calcula:

a) La posición inicial. b) La posición a los 3 s.

c) La distancia a la que se encuentra la partícula del punto de referencia a los 5 s.

d) El vector desplazamiento y su módulo entre los instantes 3 y 5 s.

e) La ecuación de la trayectoria.

Ejemplo 7º

La posición instantánea de una partícula que se mueve a lo largo del eje de abscisas viene dada por la expresión:

$$x(t) = t^2 - 5t + 6$$

en unidades SI. Calcular:

a) Dibuja y calcula la posición inicial de la partícula.

b) Dibuja y calcula la posición a los 4s. ¿Hacia dónde se ha estado moviendo la partícula?

c) Dibuja y calcula el vector desplazamiento entre los instantes 0 y 4 s.

d) Dibuja y calcula la posición de la partícula a los 6 s. ¿Te sorprende el resultado obtenido? ¿Qué ha debido de ocurrir?

4. VECTORES VELOCIDAD MEDIA Y VELOCIDAD INSTANTÁNEA

Supongamos que un móvil se desplaza entre dos posiciones

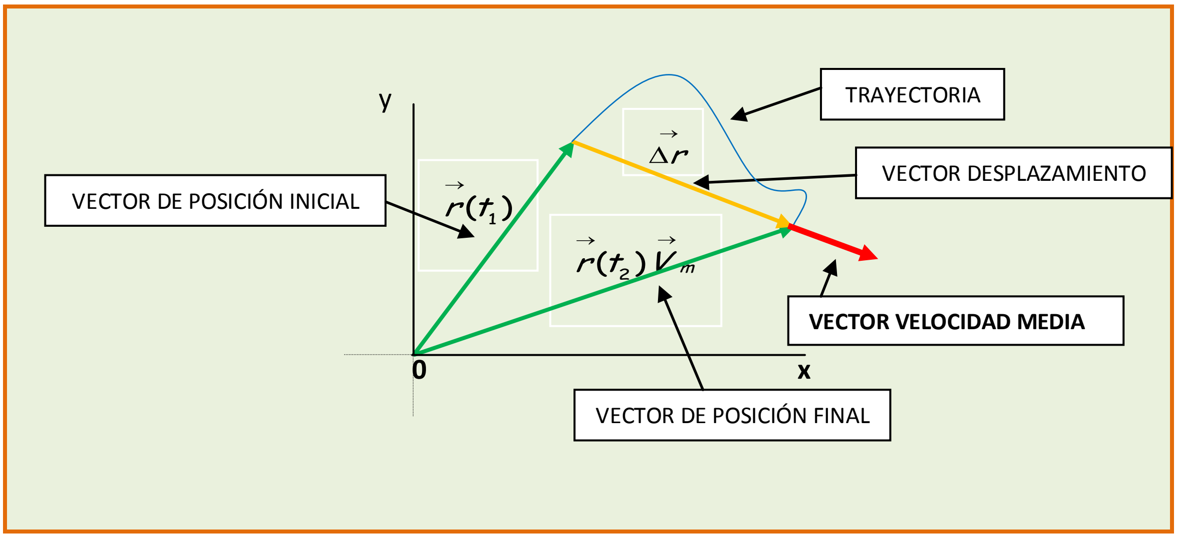


Figura 2.3
Vector de posición, vector desplazamiento, vector velocidad media y trayectoria

El vector velocidad media de un móvil entre dos posiciones se define como el cociente entre el vector desplazamiento y el tiempo transcurrido entre ambas posiciones:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)}{t_2 - t_1}$$

La velocidad media de un móvil tiene las siguientes características:

1. Su unidad en el SI de unidades es el m/s.
2. Es una magnitud vectorial ya que se define mediante el producto de un escalar (la inversa del tiempo) por un vector (el vector desplazamiento).
3. Tiene la misma dirección y sentido que el vector desplazamiento.
4. Su módulo es el cociente entre el módulo del vector desplazamiento y el tiempo transcurrido.
5. La velocidad media de un móvil que, partiendo de una posición, vuelve a la misma posición, vale cero puesto que el vector desplazamiento vale cero.
6. La velocidad media representa físicamente a la velocidad constante con la que debería de moverse el móvil para que al desplazarse en línea recta, entre las posiciones inicial y final, emplease el mismo tiempo.

El vector velocidad instantánea es el vector que indica la velocidad de la partícula en cualquier instante de tiempo. Se calcula derivando respecto al tiempo el vector de posición instantáneo:

$$\vec{v}(t) = \vec{r}\,'(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = x'(t)\vec{i} + y'(t)\vec{j} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} = v_x(t)\vec{i} + v_y(t)\vec{j}$$

El vector velocidad instantánea tiene las siguientes características:

1. En el SI de unidades se mide en m/s
2. Es una magnitud vectorial: es un vector tangente a la trayectoria en cada punto de ella y su sentido es el del movimiento.
3. Su módulo se calcula, como vector que es, mediante la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de sus componentes cartesianas

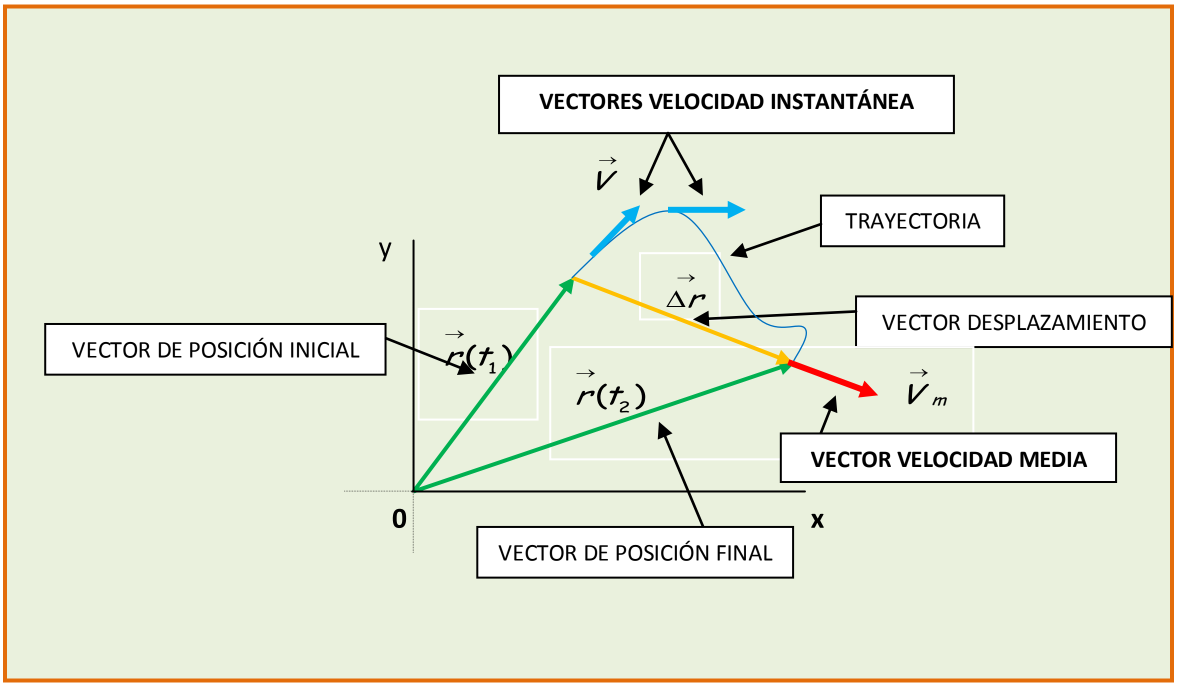


Figura 2.4
Vector de posición, vector desplazamiento, vector velocidad media, vector velocidad instantánea y trayectoria

Ejemplo 8º

Un alumno sale a pasear en bicicleta desde su casa. Primero recorre 500 m hacia el norte empleando para ello 3 minutos, después 400 m hacia el este durante 4 minutos y luego 800 m hacia el sur durante 10 minutos. Considerando que el sistema de referencia se sitúa en su casa, calcula el vector velocidad media y su módulo:

a) En la primera parte del recorrido.

b) En la segunda parte del recorrido.

c) En la tercera parte del recorrido.

d) En todo el recorrido.

Ejemplo 9º

Una liebre se encuentra inicialmente a 200 m de su madriguera y al este de esta. Ante la presencia de un depredador, la liebre sale corriendo. Primero recorre 400 m hacia el norte en 8 s, después 600 m hacia el este en 6 s y finalmente, desde este punto, se mueve en línea recta hasta alcanzar su madriguera en 4 s. Tomando como sistema de referencia la madriguera de la liebre:

a) En la primera parte del recorrido.

b) En la segunda parte del recorrido.

c) En la tercera parte del recorrido.

d) En todo el recorrido.

Ejemplo 10º

La aguja del segundero de un reloj de pared mide 20 cm e inicialmente señala las 12. Suponiendo que el extremo de la aguja señala la posición de un punto que se mueve siguiendo una trayectoria circular y tomando como eje de abscisas la recta que pasa por la 3 y las 9 del reloj, y como eje de ordenadas la recta que pasa por las 12 y la 6, calcula el vector velocidad media y su módulo:

a) En los 10 primeros segundos.

b) En los 15 primeros segundos.

c) En los 20 primeros segundos.

d) Transcurrido medio minuto.

e) En los 45 primeros segundos.

f) Transcurrido un minuto.

Ejemplo 11º

Lanzamos desde el suelo, verticalmente y hacia arriba, una pelota que llega a una altura de 12 m y vuelve a caer al suelo en el mismo punto de su lanzamiento. Tomando como sistema de referencia el punto del lanzamiento, calcula el vector velocidad media y su módulo en cada una de las siguientes situaciones:

a) En el tramo de subida.

b) En el tramo de bajada.

c) Entre la posición inicial y final.

Dato: En la subida emplea 4 s y en el descenso otros 4 s

Ejemplo 12º

El vector de posición instantáneo de una partícula que se mueve por el espacio, en unidades del SI, es:

$$\vec{r}(t) = (t-1)\,\vec{i} + (4-2t)\,\vec{j}$$

Para dicha partícula calcula:

b) La posición inicial. b) La posición a los 3 s.

c) La distancia a la que se encuentra la partícula del punto de referencia a los 5 s.

d) El vector velocidad media y su módulo entre los instantes 3 y 5 s.

e) La ecuación de la trayectoria. ¿De qué trayectoria se trata?

Ejemplo 13º

Las coordenadas cartesianas del vector de posición de una partícula que se mueve por el plano XY vienen dadas por las siguientes expresiones, en unidades del SI:

$$\begin{cases} x(t) = -t + 2 \\ y(t) = 3t^2 - 2t \end{cases}$$

Para dicha partícula responde a los mismos apartados del ejemplo anterior.

5. VECTORES ACELERACIÓN MEDIA Y ACELERACIÓN INSTANTÁNEA

El vector aceleración media se define como el cociente entre la variación de la velocidad instantánea entre las dos posiciones y el tiempo transcurrido entre ambas posiciones

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}(t_2) - \vec{v}(t_1)}{t_2 - t_1}$$

La aceleración media de un móvil tiene las siguientes características:

1. Su unidad en el SI de unidades es el m/s^2 .
2. Es una magnitud vectorial ya que se define mediante el producto de un escalar (la inversa del tiempo) por un vector (el incremento del vector velocidad instantánea).
3. Tiene la misma dirección y sentido que el incremento del vector velocidad instantánea.
4. Su módulo es el cociente entre el módulo del incremento del vector velocidad instantánea y el tiempo transcurrido.
5. La aceleración media de un móvil que, partiendo de una posición con una velocidad, alcanza otra posición con la misma velocidad, vale cero puesto que el incremento del vector velocidad instantánea vale cero.

El vector aceleración instantánea es el vector que indica la aceleración de la partícula en cualquier instante de tiempo. Se calcula derivando respecto al tiempo al vector velocidad instantánea:

$$\vec{a}(t) = \vec{v}'(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = v_x'(t)\,\vec{i} + v_y'(t)\,\vec{j} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} = a_x(t)\,\vec{i} + a_y(t)\,\vec{j}$$

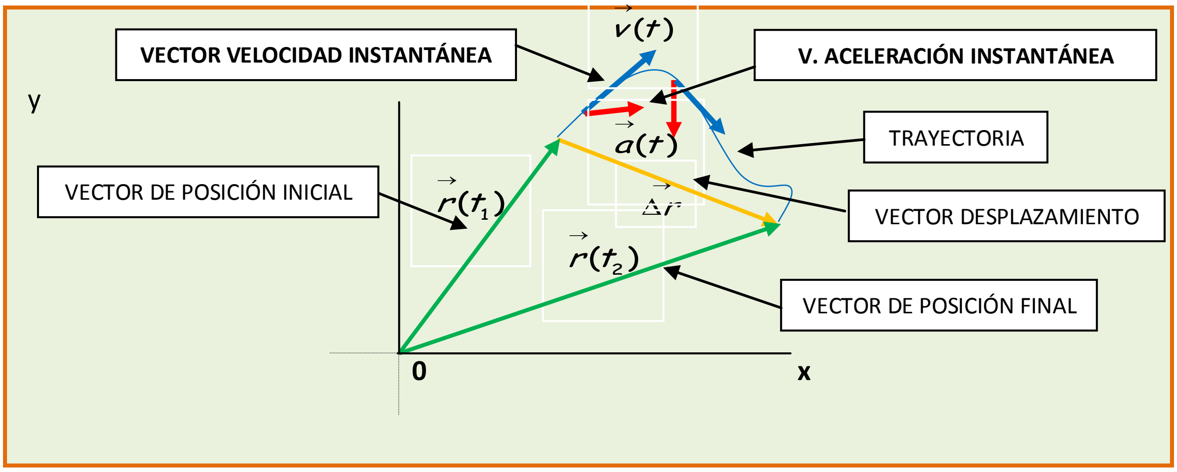


Figura 2.5
Vectores velocidad y aceleración instantáneos

6. COMPONENTES INTRÍNSECAS DE LA ACELERACIÓN:ACELERACIÓN NORMAL O CENTRÍPETA Y ACELERACIÓN TANGENCIAL

El vector aceleración mide los cambios en el vector velocidad por unidad de tiempo. Por tanto si el vector velocidad no se modifica a lo largo del tiempo, la aceleración vale 0.

Pero la velocidad es un vector y por tanto se caracteriza por tener módulo, dirección y sentido. Esto quiere decir que basta que una sola de estas características se modifique para que podamos afirmar que la velocidad no es constante.

En los movimientos rectilíneos la dirección de la velocidad no varía. El módulo puede que sí o puede que no.

En los movimientos curvilíneos la dirección y el sentido de la velocidad están cambiando continuamente. El módulo puede que sí o puede que no.

Por tanto en los movimientos rectilíneos habrá aceleración si cambia el módulo de la velocidad mientras que en los movimientos curvilíneos siempre habrá aceleración cambie o no el módulo de la velocidad.

En un movimiento en el que hay aceleración siempre es posible descomponer al vector aceleración en dos componentes, llamadas ***componentes intrínsecas de la aceleración***:

- Una componente tangente a la trayectoria llamada ***aceleración tangencial***.

- Y una componente perpendicular a la trayectoria llamada ***aceleración normal o centrípeta.***

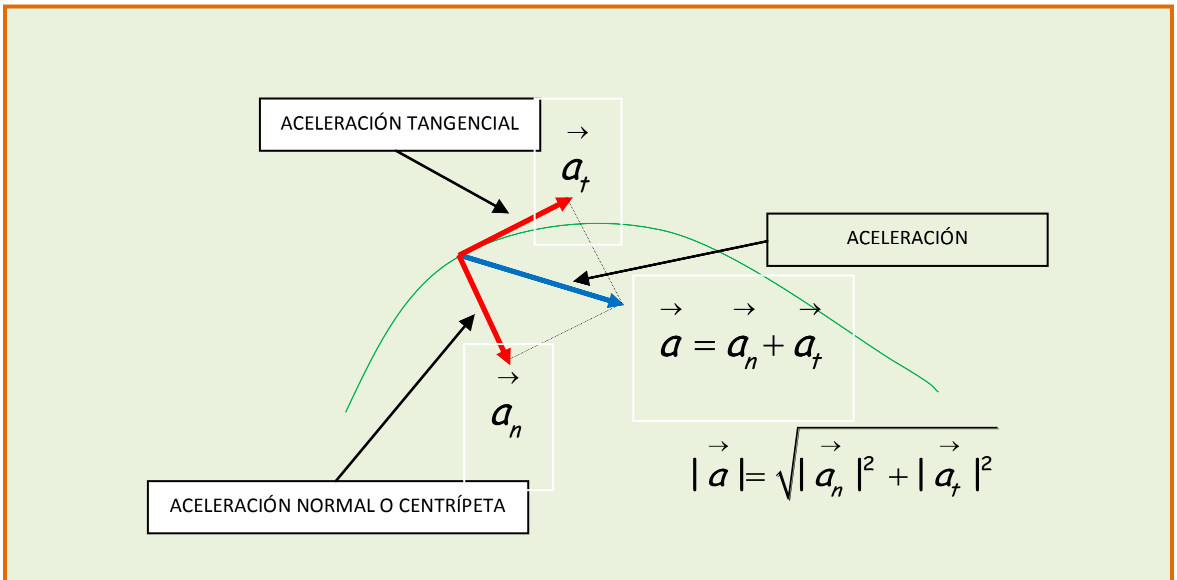


Figura 2.6
Componentes intrínsecas de la aceleración

La aceleración tangencial mide los cambios en el módulo de la velocidad mientras que la aceleración normal o centrípeta mide los cambios en la dirección (y por tanto también en el sentido) de la velocidad.

Por tanto, en los movimientos rectilíneos nunca habrá aceleración normal o centrípeta. Si en un movimiento rectilíneo hay aceleración será tangencial.

Sin embargo en los movimientos curvilíneos siempre habrá aceleración normal o centrípeta ya que siempre hay cambios en la dirección de la velocidad. En estos movimientos, si el módulo de la velocidad cambia, también habrá aceleración tangencial.

Las características de las componentes intrínsecas de la aceleración son:

ACELERACIÓN TANGENCIAL:

MÓDULO: $\boxed{|\vec{a}_t| = \dfrac{d|\vec{v}|}{dt} \; o \; \; simplemente \quad a_t = \dfrac{dv}{dt}}$

DIRECCIÓN: tangente a la trayectoria.

SENTIDO: el del movimiento si la velocidad aumenta o contrario al movimiento si la velocidad disminuye.

ACELERACIÓN NORMAL O CENTRÍPETA:

MÓDULO: $\boxed{|\vec{a}_n| = |\vec{a}_c| = \dfrac{|\vec{v}|^2}{R} \; o \; \; simplemente \quad a_n = a_c = \dfrac{v^2}{R}}$

DIRECCIÓN: perpendicular a la trayectoria.

SENTIDO: hacia el centro de la trayectoria.

RELACIÓN ENTRE LA ACELERACIÓN Y SUS COMPONENTES INTRÍNSECAS:

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t}$$

MÓDULO: $\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{|\vec{a}_c|^2 + |\vec{a}_t|^2}}$

Ejemplo 14º

El vector de posición instantáneo de una partícula que se mueve por el espacio, en unidades del SI, es:

$$\vec{r}(t) = (t^2 - t)\,\vec{i} + (4 - 2t)\,\vec{j}$$

Para dicha partícula calcula:

f) La posición inicial. b) La posición a los 3 s.

g) La distancia a la que se encuentra la partícula del punto de referencia a los 5 s.

h) El vector desplazamiento entre los instantes 3 y 5 s.

i) El vector velocidad instantánea. f) La velocidad inicial.

g) El módulo de la velocidad a los 2 s. h) El vector aceleración instantánea.

i) El módulo de la aceleración a los 10 s.

Ejemplo 15º

Las coordenadas cartesianas del vector de posición de una partícula que se mueve por el plano XY vienen dadas por las siguientes expresiones, en unidades del SI:

$$\begin{cases} x(t) = -t^2 + 2 \\ y(t) = 3t - 2 \end{cases}$$

Para dicha partícula responde a los mismos apartados del ejemplo anterior.

Ejemplo 16º

La posición instantánea de una partícula que se mueve a lo largo del eje de abscisas viene dada por la siguiente expresión, en unidades del SI:

$$x(t) = t^2 - 6t + 1$$

Calcular: a) La velocidad y la aceleración con la que se mueve el cuerpo en cualquier instante.

b) La posición inicial y la velocidad inicial.

c) La posición y la velocidad a los 4s.

d) ¿Ha cambiado el sentido del movimiento? ¿Por qué?

e) ¿Se anula la velocidad en algún momento? ¿Cuándo?

f) Calcula el espacio recorrido en los 5 primeros segundos?

Ejemplo 17º

La posición de un punto material que se mueve a lo largo del eje x varía con el tiempo según la expresión:

$$x(t) = 4t^2 - 3t + 11$$

donde x se mide en metros y t en segundos. Responde a los mismos apartados del ejemplo anterior.

SOLUC: a) v(t) = 8t-3 m/s a(t)=8 m/s^2 b) x_0=11 m v_0=-3 m/s c) x(t=4s) = 63 m v(t=4s) = 29 m/s d) si e) si a t = 3/8 s f) e = 86,125 m

7. CLASIFICACIÓN DE LOS MOVIMIENTOS

Los movimientos se clasifican atendiendo a dos puntos de vista: según la trayectoria y según el módulo de la velocidad.

$$\text{TRAYAECTORIA}\begin{cases}\text{Rectilíneos } (a_n = 0)\\ \textit{Curvilíneos} : \textit{circulares}, \textit{parabólicos}, \textit{elípticos}, \ldots \quad (a_n \neq 0)\end{cases}$$

$$\text{MÓDULO DE LA VELOCIDAD}\begin{cases}\text{Uniformes: } |\vec{v}| = \text{cte. } (a_t = 0)\\ \text{Variados: } |\vec{v}| \neq \text{cte. } (a_t \neq 0)\begin{cases}\text{Uniformemente acelerados: } (a_t = cte. \neq 0)\\ (\textit{el módulo de la velocidad varia de forma uniforme})\\ \text{Acelerados de forma no uniforme: } (a_t \neq cte.)\\ (\textit{el módulo de la velocidad varia de forma no uniforme})\end{cases}\end{cases}$$

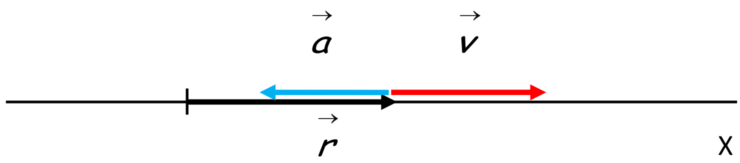
En la siguiente tabla se pueden ver clasificados los distintos tipos de movimientos según los valores de las componentes intrínsecas de la aceleración:

<table>
<tr><th colspan="5">CLASIFICACIÓN DE LOS MOVIMIENTOS</th></tr>
<tr><th colspan="2" rowspan="2">Componentes intrínsecas de la aceleración</th><th colspan="3">a_t</th></tr>
<tr><th>$a_t = 0$</th><th>$a_t = cte \neq 0$</th><th>$a_t \neq cte$</th></tr>
<tr><td rowspan="3">a_n</td><td>$a_n = 0$ rectilíneo</td><td>Movimiento rectilíneo uniforme (MRU)</td><td>Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)</td><td>Movimiento rectilíneo acelerado</td></tr>
<tr><td>$a_n \neq 0$ R = cte circular</td><td>Movimiento circular uniforme (MCU)</td><td>Movimiento circular uniformemente acelerado (MCUA)</td><td>Movimiento circular acelerado</td></tr>
<tr><td>$a_n \neq 0$ R ≠ cte</td><td colspan="3">Movimiento curvilíneo no circular</td></tr>
</table>

8. MOVIMIENTOS RECTILÍNEOS

Un cuerpo realiza un movimiento rectilíneo cuando su trayectoria es una línea recta. Todo movimiento rectilíneo tiene las siguientes características:

1. No tiene aceleración normal ya que la velocidad no cambia de dirección.
2. Si tiene aceleración, sólo tendrá aceleración tangencial y será debido a que cambia el módulo de la velocidad. En este caso la aceleración total coincidirá con la aceleración tangencial.
3. Las magnitudes cinemáticas $\vec{r}, \vec{v}$ y $\vec{a}$ tienen la misma dirección que la trayectoria.



4. Si elegimos el sistema de referencia de forma que uno de los ejes cartesianos coincida con la trayectoria, entonces las magnitudes cinemáticas $\vec{r}, \vec{v}$ y $\vec{a}$ sólo tendrán una coordenada distinta de cero (la que coincide con la dirección de la trayectoria). Para un movimiento rectilíneo cuya trayectoria coincida con la del eje de abscisas, es decir, que se mueva horizontalmente, los vectores $\vec{r}, \vec{v}$ y $\vec{a}$ quedarían:

$$\vec{r} = x\,\vec{i} \qquad \vec{v} = v_x\,\vec{i} \qquad \vec{a} = a_x\,\vec{i}$$

5. Por tanto sólo habrá una ecuación paramétrica para cada una de las magnitudes cinemáticas, es decir, un movimiento rectilíneo horizontal puede describirse mediante las coordenadas **x, v_x** y **a_x**, que son tres escalares.

$$\vec{r} = x\,\vec{i} \quad \Rightarrow \quad x = x(t)$$

$$\vec{v} = v_x\,\vec{i} \quad \Rightarrow \quad v_x = v_x(t) \quad ó \quad v = v(t)$$

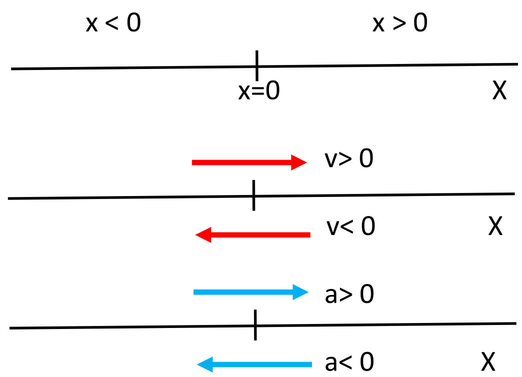
$$\vec{a} = a_x\,\vec{i} \quad \Rightarrow \quad a_x = a_x(t) \quad ó \quad a = a(t)$$

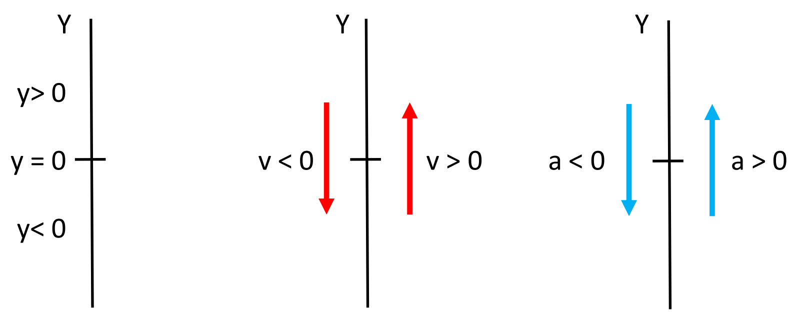
Cuando el movimiento se realice en la vertical se utiliza la coordenada y.

6. El valor absoluto de las coordenadas **x, v_x** y **a_x (ó x, v** y **a)** coincide con el módulo de los correspondientes vectores

7. El signo de las coordenadas **x, v_x,** y **a_x** nos indicará el sentido.

En las siguientes figuras se indica el convenio de signo utilizados en los movimientos rectilíneos:





9. MOVIMIENTO RECTILÍNEO Y UNIFORME (MRU): ECUACIONES Y GRÁFICAS

Tiene trayectoria rectilínea y modulo de velocidad constante, es decir, el vector velocidad es constante y, por tanto, no hay aceleración.

La ecuación del movimiento o ecuación de la posición de un MRU de una partícula que se mueve solo a lo largo del eje x sería:

$$\boxed{x = x_0 + v.t}$$

x es la distancia a la que se encuentra el móvil del sistema de referencia en cada instante de tiempo **t**. Se mide en m en el SI de unidades y su valor puede ser positivo, negativo o cero. Cuando x tenga valor positivo, el móvil se encontrará a la derecha del sistema de referencia, cuando su valor sea negativo, se encontrará a la izquierda del sistema de referencia; y cuando valga cero, la partícula se encontrará en el sistema de referencia.

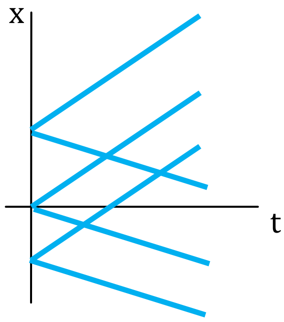
x_0 representa la posición inicial de la partícula, es decir, la posición que tenía el móvil respecto al sistema de referencia cuando se comenzó a contar el tiempo, o sea, la distancia a la que se encontraba la partícula del sistema de referencia en el instante inicial. Se mide en m en el SI de unidades y su valor puede ser positivo, negativo o cero. Cuando x_0 tenga valor positivo, el móvil se encontraba inicialmente a la derecha del sistema de referencia, cuando su valor sea negativo, se encontraba inicialmente a la izquierda del sistema de referencia; y cuando valga cero, la partícula se encontraba inicialmente en el sistema de referencia.

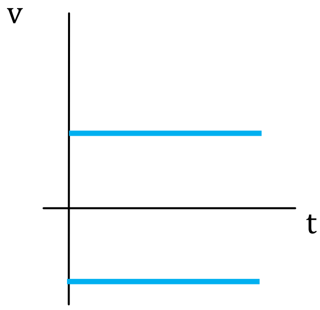
v es la velocidad del móvil en cada instante de tiempo **t** que es constante. En el SI de unidades se mide en m/s. Su valor puede ser positivo o negativo según la partícula se mueva hacia la derecha o hacia la izquierda, respectivamente.

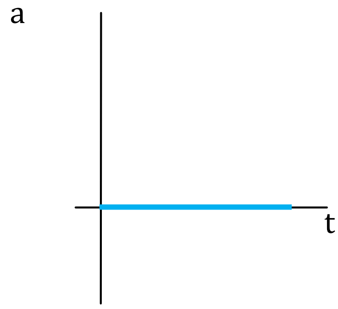
De la ecuación del movimiento podemos obtener la fórmula del espacio recorrido por el cuerpo en un determinado tiempo y de la velocidad:

$$\boxed{e = x - x_0 = v.t} \qquad \boxed{v = \frac{x - x_0}{t}}$$

Las gráficas posición–tiempo (x-t), velocidad-tiempo (v-t) y aceleración-tiempo (a-t) de un MRU son las siguientes:







Ejemplo 18º

La ecuación del movimiento de una partícula, en unidades del SI, que se mueve a lo largo del eje x es:

$$x(t) = 20 + 5t$$

a) ¿A qué distancia del punto de referencia se encuentra la partícula inicialmente?
b) ¿A qué velocidad se mueve la partícula? ¿Hacia la derecha o hacia la izquierda?
c) ¿Cuál es la posición de la partícula a los 2 s?
d) ¿Qué espacio habrá recorrido la partícula en los dos primeros segundos?
e) Haz las representaciones gráficas x-t, v-t y a-t para este movimiento.

Ejemplo 19º

Un tren se encuentra a 10 Km de la estación y se aleja de ella por una vía recta a una velocidad constante de 90 Km/h.

a) Escribe la ecuación del movimiento del tren.
b) Determina la distancia que lo separará de la estación al cabo de 2 h.
c) ¿Cuánto tiempo tardará en situarse a 280 Km de la estación?
d) Haz las representaciones gráficas x-t, v-t y a-t.

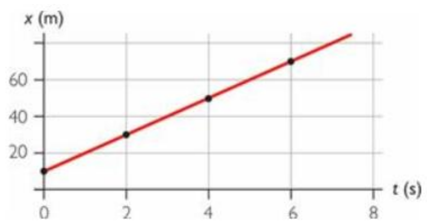
Ejemplo 20º

Dos atletas están separados 200 m y corren a su encuentro con velocidades respectivas de 8 y 10 m/s. Calcula:

a) Las ecuaciones del movimiento de ambos corredores.
b) El punto de encuentro y el instante en que lo harán.
c) El espacio recorrido por cada uno de ellos hasta ese momento.
d) En una misma gráfica representa la posición de cada atleta respecto al tiempo.

Ejemplo 21º

La gráfica posición-tiempo de un móvil que se mueve siguiendo una trayectoria rectilínea es la siguiente:



a) Calcula la posición del móvil en el instante inicial.
b) ¿Qué espacio habrá recorrido en los 6 primeros segundos?
c) Halla la velocidad del móvil.
d) Escribe la ecuación de su movimiento.

Ejemplo 22º

Un anciano sale de casa para dar un paseo. Primero recorre 600 m en 10 minutos, luego descansa 20 minutos y regresa de nuevo a casa en 15 minutos. Suponiendo que la trayectoria ha sido recta y la velocidad constante en cada tramo:

a) Calcula la velocidad del anciano en cada etapa.
b) Dibuja las gráficas x-t y v-t desde que el anciano salió de casa hasta que regresó de nuevo a ella.

10. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO (MRUA)

Tiene trayectoria rectilínea y modulo de velocidad varía de forma uniforme, es decir, sólo tiene aceleración tangencial y es constante.

La ecuación del movimiento o ecuación de la posición de un MRUA de una partícula que se mueve solo a lo largo del eje x sería:

$$\boxed{x = x_0 + v_0.t + \frac{1}{2}a.t^2}$$

Donde: **x** y $\mathbf{x_0}$ representan lo mismo que en el MRU

$\mathbf{v_0}$ es la velocidad inicial del móvil, es decir, la velocidad del cuerpo en el instante t = 0. En el SI de unidades se mide en m/s. Su valor puede ser positivo, negativo o cero. Si el valor de v_0 es positivo, entonces la partícula inicialmente se movía hacia la derecha, si su valor es negativo, la partícula inicialmente se movía hacia la izquierda; y si su valor es nulo, la partícula partió del reposo.

a es la aceleración con la que se mueve la partícula y es aceleración tangencial. Se mide en m/s^2 en el SI de unidades. Su valor puede ser positivo o negativo, según el vector aceleración vaya dirigido hacia la derecha o hacia la izquierda, respectivamente.

De la ecuación del movimiento podemos obtener la fórmula del espacio recorrido por el cuerpo en un determinado tiempo:

$$\boxed{e = x - x_0 = v_0.t + \frac{1}{2}a.t^2}$$

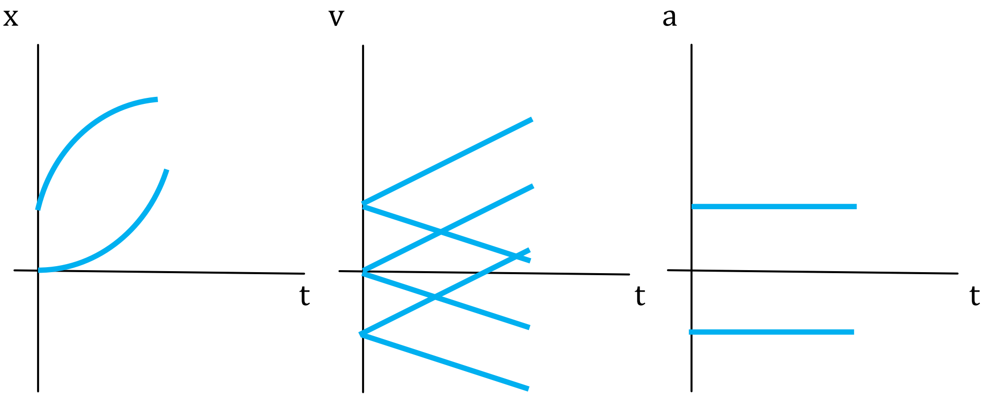
Ecuación que es válida siempre que durante el tiempo t en el que se calcula el espacio recorrido no se invierta el sentido del movimiento.

La ecuación paramétrica de la velocidad se puede obtener despejando de la ecuación de la aceleración:

$$\boxed{a = \frac{v - v_0}{t}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v = v_0 + a.t}$$

Despejando el tiempo en la ecuación de la velocidad y sustituyendo en la ecuación del espacio recorrido, obtenemos la siguiente ecuación en la que no aparece el tiempo:

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2ae}$$



11. MOVIMIENTO DE CAIDA LIBRE

Es el movimiento que describe un cuerpo cuando se deja caer desde una cierta altura o se lanza verticalmente y hacia arriba con una cierta velocidad, pero siempre en las proximidades de la superficie terrestre.

Este movimiento ha sido ampliamente estudiado y se ha comprobado que cuando sólo actúa la gravedad se trata de un MRUA. Además se conoce el valor de la aceleración a la que se ve sometido el cuerpo en su movimiento de caída libre, que se llama aceleración de la gravedad y se simboliza por $\vec{g}$

En las proximidades de la superficie terrestre el valor de la aceleración de la gravedad es:

VECTOR: $\vec{g} = -9{,}8\ \vec{j}\ m/s^2$

MÓDULO: $|\vec{g}| = 9{,}8\ m/s^2$

COORDENADA: $g = -9{,}8\ m/s^2$

> En las ecuaciones cinemáticas del movimiento de caída libre utilizaremos el valor **g = -9,8 m/s²**, puesto que estamos utilizando las ecuaciones paramétricas de las magnitudes cinemáticas.

Las ecuaciones del movimiento de caída libre son las mismas que la que corresponden a un MRUA con la única diferencia de que sustituiremos a la coordenada x por la coordenada y (al tratarse de un movimiento en la vertical), y a la aceleración a por la aceleración de la gravedad g ó por su valor -9,8 m/s^2.

$$\boxed{y(t) = y_0 + v_0.t + \frac{1}{2}g.t^2 = y_0 + v_0.t - 4,9t^2}$$

$$\boxed{e = y - y_0 = v_0.t + \frac{1}{2}g.t^2 = v_0.t - 4,9t^2}$$

$$\boxed{g = \frac{v - v_0}{t}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v = v_0 + g.t = v_0 - 9,8.t}$$

Ejemplo 23º

La ecuación del movimiento de una partícula, en unidades del SI, que se mueve a lo largo del eje x es:

$$x(t) = 20 + 5t + 2t^2$$

a) ¿A qué distancia del punto de referencia se encuentra la partícula inicialmente?
b) ¿Qué velocidad inicial tenía la partícula? ¿Hacia la derecha o hacia la izquierda?
c) ¿Cuál es la aceleración de la partícula?
d) ¿Cuál es la posición de la partícula a los 2 s? ¿Qué velocidad tiene en este momento?
e) ¿Qué espacio habrá recorrido la partícula en los dos primeros segundos?
f) Haz las representaciones gráficas x-t, v-t y a-t para este movimiento.

Ejemplo 24º

La ecuación del movimiento de una partícula, en unidades del SI, que se mueve a lo largo del eje x es:

$$x(t) = -5t + t^2$$

a) ¿A qué distancia del punto de referencia se encuentra la partícula inicialmente?
b) ¿Qué velocidad inicial tenía la partícula? ¿Hacia la derecha o hacia la izquierda?
c) ¿Cuál es la aceleración de la partícula?
d) ¿Cuál es la posición de la partícula a los 2 s?
e) ¿Cuál es la posición de la partícula a los 5 s? ¿Te sorprende el resultado?
f) ¿Qué espacio habrá recorrido la partícula en los dos primeros segundos?
g) ¿En qué instante la partícula ha invertido el sentido de su movimiento?
h) ¿Qué espacio habrá recorrido la partícula en los cinco primeros segundos?
i) Haz las representaciones gráficas x-t, v-t y a-t para este movimiento.

Ejemplo 25º

Un coche inicialmente en reposo persigue a una moto que se encuentra 50 m por delante de él. La moto circula a velocidad constante de 20 m/s mientras que el coche acelera uniformemente a 4 m/s^2. Calcula:

a) Las ecuaciones del movimiento de ambos vehículos.
b) ¿Dónde y cuándo se encontrarán?
c) El espacio recorrido por cada vehículo hasta ese momento y contado desde el instante en que comenzó a moverse el coche.

Ejemplo 26º

Desde la terraza de un edificio de 80 m se lanza hacia abajo a un objeto con una velocidad de 5 m/s. Simultáneamente se lanza desde el suelo otro objeto con una velocidad de 30 m/s. Hallar:

a) Las ecuaciones del movimiento de cada objeto.
b) ¿Dónde y cuándo se cruzarán?
c) El segundo cuerpo ¿estará subiendo o bajando?. ¿Por qué?
d) El espacio recorrido por cada uno de ellos hasta el momento del encuentro.

Ejemplo 27º

Desde dos pueblos A y B separados por una distancia de 10 Km, salen al encuentro dos automóviles con velocidades de 72 Km/h y 108 Km/h. Calcular:

a) Las ecuaciones de movimiento de ambos automóviles.
b) El tiempo que tardan en cruzarse.
c) La distancia a la que están ambos automóviles del pueblo A en ese momento.
d) El espacio que ha recorrido cada coche hasta ese momento.

SOLUC: b) 200 s c) 4000 m d) 4000 m y 6000 m respectivamente

Ejemplo 28º

Desde una ventana a 15 m del suelo, se deja caer un cuaderno. Al mismo tiempo, desde el suelo se lanza un lápiz con una velocidad inicial de 12 m/s. Hallar:

a) La ecuación del movimiento de cada objeto.
b) ¿Dónde y cuándo se cruzan?

SOLUC: a) $y_1 = 15 - 4{,}9t^2$ $y_2 = 12t - 4{,}9t^2$ b) A los 1,25 s y a 7,3 m del suelo

12. MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU)

Es un movimiento con trayectoria circular y módulo de velocidad constante. No tiene, por tanto, aceleración tangencial pero sí tiene aceleración normal o centrípeta. En la figura siguiente pueden verse los vectores velocidad y aceleración en diferentes puntos de la trayectoria:

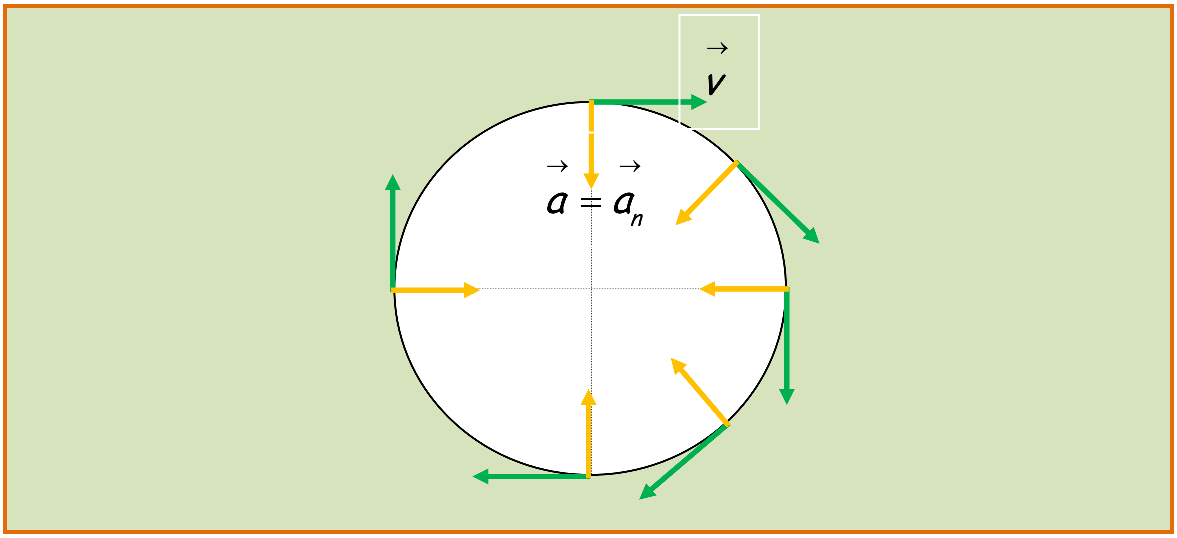


Figura 1.4
Vectores velocidad y aceleración en un MCU

Observa en la figura que el módulo del vector velocidad es el mismo en cualquier punto de la trayectoria. Observa igualmente que el módulo de la aceleración normal o centrípeta también es igual en cualquier punto de la trayectoria.

$$\boxed{|\vec{a}_n| = |\vec{a}_c| = \frac{|\vec{v}|^2}{R} \quad o \quad simplemente \quad a_n = a_c = \frac{v^2}{R}}$$

Como el módulo de la velocidad es constante, el tiempo que emplea la partícula en describir una vuelta completa siempre es el mismo. A este tiempo se llama <u>***periodo***</u> del MCU y se representa por la letra T y en el SI de unidades se mide en s.

En un MCU se denomina <u>***frecuencia***</u> al nº de vueltas descritas por unidad de tiempo. Se representa por la letra f, coincide con la inversa del periodo y en el SI de unidades se mide en vueltas/s = ciclos/s = rps (revoluciones/s). A esta unidad se denomina hercio (Hz).

$$\boxed{f = \frac{1}{T}}$$

Se denomina velocidad angular al ángulo descrito por unidad de tiempo. Se representa por la letra ω, se calcula dividiendo el ángulo descrito entre el tiempo empleado en describirlo y en el SI de unidades se mide en rad/s.

$$\boxed{\omega = \frac{ángulo \quad descrito}{tiempo \quad empleado} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f}$$

La relación que existe entre los módulos de la velocidad lineal v y de la velocidad angular ω es: $\boxed{v = \omega . R}$ siendo R el radio de la trayectoria circular.

Ejemplo 29º

La polea de un motor gira con m.c.u. a razón de 240 rpm (revoluciones por minuto). Hallar:

a) La frecuencia, a velocidad angular y el periodo del movimiento de la polea.
b) La aceleración centrípeta de los puntos del extremo exterior de la polea si su radio es de 20 cm.

SOLUC: a) 4 Hz 25,12 rad/s y 0,25 s b) 126,2 m/s²

Ejemplo 30º

Un tocadiscos gira a 33 rpm. Calcula:

a) La velocidad angular y el ángulo descrito a los 3 s.
b) Si el radio es de 10cm y una mosca se encuentra en el borde del disco calcula la velocidad lineal de la mosca.
c) La distancia recorrida por la mosca a los 3s.

SOLUC: a) 3,454 rad/s y 10,362 rad b) 0,34 m/s c) 1 m

Ejemplo 31º

La velocidad angular de una rueda es de 6,28 rad/s. Hallar:

a) la frecuencia, el periodo.

b) La velocidad lineal (v) y la aceleración normal de un punto de la periferia de la rueda. El radio de giro es de 50 cm.

SOLUC: a) 1 Hz y 1 s b) 3,14 m/s y 19,72 m/s²

Ejemplo 32º

Un ciclista recorre una trayectoria circular de 5 m de radio con una velocidad de 54 Km/h. Calcular:

a) La aceleración del ciclista.
b) La velocidad angular
c) El tiempo que tarda en completar cada vuelta

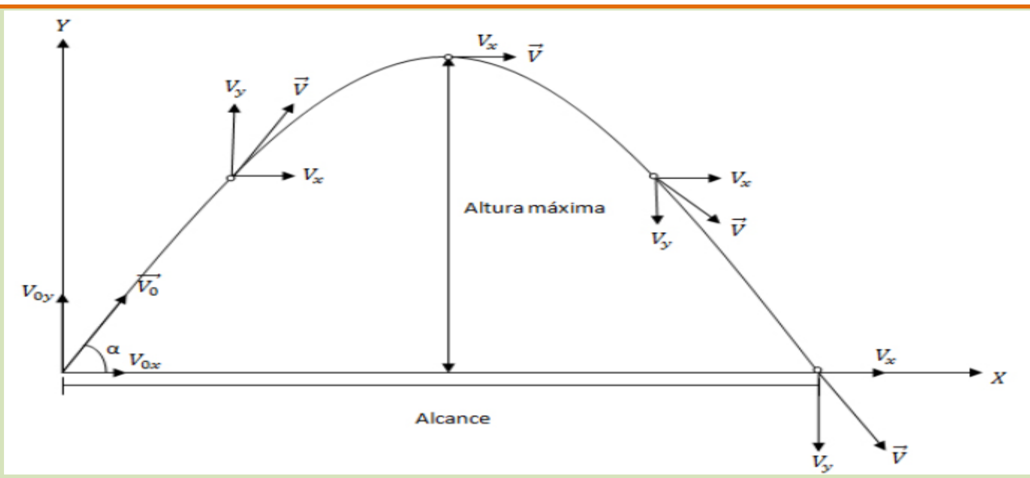
SOLUC: a) 45 m/s² b) 3 rad/s c) 2 s

13. COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS: MOVIMIENTO PARABÓLICO

Se dice que una partícula describe un movimiento compuesto cuando la partícula se encuentra sometida a dos o más movimiento simultáneos. Un ejemplo de este fenómeno se produce cuando una barca en un río se ve sometida a dos movimientos simultáneos: el movimiento impulsado por el barquero al remar y el de arrastre de la corriente del agua del río.

Otro ejemplo de movimiento compuesto es el que tienen los cuerpos cuando son lanzados en la superficie de la tierra en una dirección distinta a la vertical. El cuerpo se ve sometido a dos movimientos: un MRU de avance en la dirección horizontal y un MRU de caída libre como consecuencia de la acción de la fuerza gravitatoria (de su propio peso). El resultado de estos dos movimientos es un movimiento parabólico.

En la siguiente figura se representa al vector velocidad y a sus componentes horizontal y vertical en diferentes puntos de la trayectoria para una partícula lanzada desde el origen de coordenadas:



$$\boxed{\vec{v}_0 = v_{0x}\,\vec{i} + v_{0y}\,\vec{j}} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \boxed{v_{0x} = |\vec{v}_0|\cos\alpha} \\ \boxed{v_{0y} = |\vec{v}_0|\,sen\alpha} \end{cases}$$

Siendo α el ángulo de lanzamiento.

Es importante destacar que en los lanzamientos horizontales el ángulo de lanzamiento es 0º.

Figura 1.5
Vector velocidad y sus componentes en un movimiento parabólico

En la figura anterior puede observarse como la componente horizontal de la velocidad permanece constante (MRU) mientras que la componente vertical de la velocidad va variando, siendo positiva mientras el cuerpo asciende, haciéndose 0 en el punto más alto de la trayectoria y siendo negativa mientras desciende.

Las ecuaciones del movimiento ó posición y de la velocidad son las siguientes:

ECUACIONES DE LA POSICIÓN

$$\boxed{\vec{r}(t) = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{x = x_0 + v_{0x}t = x_0 + |\vec{v}_0| \cos\alpha . t} \\ \boxed{y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2 = y_0 + |\vec{v}_0|\, sen\alpha . t - 5t^2} \end{cases}$$

ECUACIONES DE LA VELOCIDAD

$$\boxed{\vec{v}(t) = v_x\,\vec{i} + v_y\,\vec{j}} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{v_x = v_{0x} = |\vec{v}_0| \cos\alpha} \\ \boxed{v_y = v_{0y} + gt = |\vec{v}_0|\, sen\alpha - 10t} \end{cases}$$

Ejemplo 33º

Una persona lanza una pelota desde una plataforma situada a 1,7 m del suelo con una velocidad de 6 m/s y un ángulo de disparo de 53º. Calcular:

a) Las ecuaciones de la posición y de la velocidad.
b) El tiempo de vuelo.
c) La velocidad con la que llega al suelo.
d) El alcance.
e) La altura máxima a la que llega la pelota.

Ejemplo 34º

Un proyectil es lanzado desde un acantilado de 150 m de altura con una velocidad inicial de 400 m/s y un ángulo de inclinación de 30º. Calcular:

a) Las componentes de la velocidad inicial
b) El tiempo que tarde en caer al suelo.
c) El alcance.
d) La altura máxima alcanzada.

SOLUC: a) v_{0x} = 346,4 m/s v_{0y} = 200 m/s b) 41,5 s c) 14,4 km d) 2191 m

Ejemplo 35º

Un chico lanza piedras horizontalmente desde lo alto de un acantilado de 25 m de altura. Si desea que choquen contra un islote que se encuentra a 30 m de la base del acantilado, calcula:

a) La velocidad con la que debe lanzar las piedras.

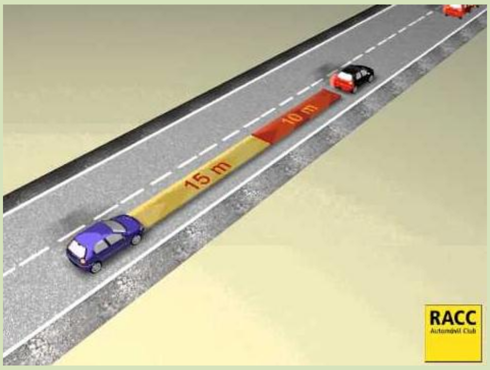
b) El tiempo que tardan las piedras en llegar al islote.

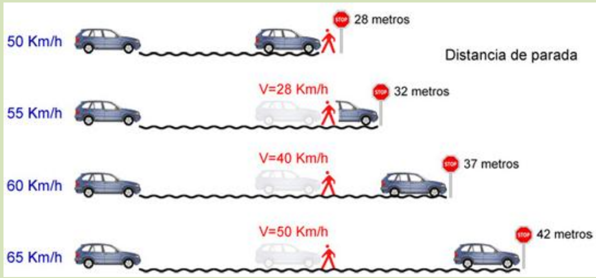
SOLUC: a) 13,3 m/s b) 2,2 s

CIENCIA Y SOCIEDAD: TIEMPO DE REACCIÓN Y DISTANCIA DE SEGURIDAD

La **distancia de detención** o de **parada técnica** es la distancia que recorre un vehículo desde que el conductor percibe un obstáculo hasta que el vehículo queda completamente detenido.

Así mismo el **tiempo de detención** es el tiempo que tarda el conductor en detener completamente el vehículo desde que aparece un estímulo o peligro. O sea, que la distancia de detención es la que recorre el vehículo durante este tiempo.





El tiempo de parada técnica es la suma del tiempo de reacción más el tiempo de frenado:

- El tiempo de reacción es el tiempo que transcurre desde que aparece el peligro hasta que el conductor reacciona (pisa el pedal del freno).

- El tiempo de frenado es el tiempo que transcurre desde que se pisa el pedal del freno hasta que el vehículo se detiene por completo.

El tiempo de reacción varía para cada conductor y para cada momento, porque está en función del estado psico-físico del conductor, tales como fatiga, sueño, concentración, tasa de alcohol, drogas, enfermedades y medicamentos. Se estima que, en circunstancias normales, su valor oscila entre los 0,7 y 0,8 s. Por supuesto, la distancia recorrida por el vehículo durante el tiempo de reacción aumenta con la velocidad a la que se circula.

El tiempo de frenado varía con la velocidad, la carga del vehículo, la eficacia de los frenos, el estado de los neumáticos, la aerodinámica, la suspensión, el estado de la calzada y, en general, el estado del vehículo y del conductor.

Frenar a tiempo puede evitar accidentes. De ahí la importancia de conducir en buen estado tanto físico como síquico, estar atentos a la circulación, mantener la distancia de seguridad y el buen estado del vehículo.

Actividad 1ª

¿Conoces el significado de esta señal?

Esta señal, para que tenga sentido, siempre debe ir acompañada de otra que va referida a la limitación de velocidad. ¿Por qué?

Actividad 2ª

Sabiendo que el tiempo de reacción de un conductor es de 0,8 s y que la aceleración de frenado del vehículo vale -7 m/s^2, calcula la distancia que recorre hasta detenerse cuando circule a:

a) 60 km/h
b) 90 km/h
c) 126 km/h

SOLUC: a) 33,2 m = 13,3 m + 19,85 m   b) 64,64 m = 20 m + 44,64 m   c) 115,5 m = 28 m + 87,5 m

Actividad 3ª

NAVEGANDO POR LA WEB

Los sistemas de posicionamiento: El GPS y el Proyecto Galileo

El GPS (Global Positioning System) funciona con 24 satélites de producción estadounidense que orbitan la tierra. Elabora un informe, de fácil comprensión para ti y para tus compañeros, sobre el modo en que opera, y sobre el proyecto Galileo de la Agencia Espacial Europea (ESA).

CUESTIONES

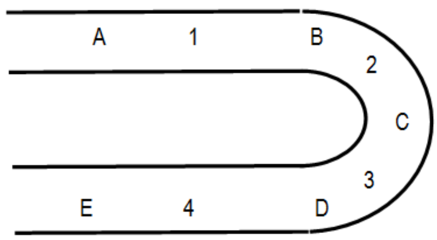
Cuestión 1º

Contesta razonadamente si cada una de las afirmaciones siguientes son o no ciertas (no basta con decir verdadero o falso, hay que justificar porqué):

a) En un movimiento circular el vector velocidad nunca es constante.
b) Observamos que un coche está tomando una curva y su velocímetro siempre marca 70 Km/h. Por tanto podemos afirmar que el coche no tiene aceleración.
c) En un movimiento rectilíneo siempre hay aceleración tangencial.
d) En un movimiento circular siempre hay aceleración normal o centrípeta.

Cuestión 2º

Copia en tu cuaderno el siguiente dibujo correspondiente a una parte del circuito por el que circula un ciclista. Desde A hasta C el módulo de la velocidad del ciclista es constante, pero desde C hasta E, va disminuyendo.



a) Dibuja al vector velocidad del ciclista en los puntos 1 y 2.
b) Razona si el ciclista tiene aceleración en los puntos 1 y 2.
c) Dibuja la aceleración en los puntos 3 y 4.
d) ¿En qué puntos de los cuatro hay aceleración tangencial? ¿Por qué?

Cuestión 3ª

Contesta razonadamente si las afirmaciones son o no ciertas

a) En un movimiento circular siempre hay aceleración.
b) Observamos que un ciclista da vueltas a un velódromo con una velocidad constante en módulo igual a 30 Km/h. y por tanto podemos afirmar que el ciclista no tiene aceleración.
c) En un movimiento rectilíneo nunca puede haber aceleración normal o centrípeta.
d) En un movimiento rectilíneo nunca hay aceleración.

Cuestión 4ª

¿Cuál es la velocidad media durante el intervalo de tiempo transcurrido desde que saliste esta mañana de casa para el instituto y hasta que vuelvas esta tarde a tu casa? Razona la respuesta.

Cuestión 5ª

Las siguientes ecuaciones paramétricas corresponden al movimiento rectilíneo realizado a lo largo del eje de abscisas por diferentes móviles (las medidas están realizadas en el SI de unidades).

$$x_1 = 4 + 5t \qquad x_2 = 8 - 4t \qquad x_3 = 4 + 5t + 5t^2 \qquad x_4 = 2t - 4t^2 \qquad x_5 = 20 + t^2$$

Calcula, para cada uno de ellos:

a) De qué tipo de movimiento se trata.
b) La posición inicial, la velocidad inicial y la aceleración.
c) La posición y el espacio recorrido al cabo de 2 s.

Cuestión 6ª

Contesta, razonadamente, si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones para una rueda que gira con MCU:

a) La velocidad angular es la misma para todos los puntos de la rueda.
b) La aceleración normal o centrípeta es la misma para todos los puntos de la rueda.
c) La aceleración tangencial es la misma para todos los puntos de la rueda.

PROBLEMAS

Problema 1º

Una persona situada en el sistema de referencia se desplaza 10 m hacia el este, 20 m hacia el norte, 5 m hacia el oeste y 30 m hacia el sur.

a) Calcula el espacio recorrido y el módulo del vector desplazamiento.
b) Desde la última posición, ¿qué espacio ha de recorrer para llegar en línea recta al punto de partida?

SOLUC: *a) e = 65 m* $|\Delta \vec{r}| = 5\sqrt{5}\ m$ *b)* $5\sqrt{5}\ m$

Problema 2º

Un ciclista recorre 50 m en dirección norte, después, 40 m en dirección este, y, por último, 80 m en dirección sur.

a) ¿Cuánto vale el vector desplazamiento entre los instantes inicial y final? Calcula su módulo.
b) Calcula el espacio recorrido.

SOLUC: *a)* $\Delta \vec{r} = 40\vec{i} - 30\vec{j}\ m$ $|\Delta \vec{r}| = 50\ m$ *b) e = 170 m*

Problema 3º

Un alumno se encuentra, inicialmente, a 300 m de su casa en la dirección oeste. Este alumno se desplaza 400 m hacia el norte, luego 500 m hacia el este y finalmente regresa a casa. Tomando como sistema de referencia su casa y suponiendo que cada desplazamiento lo hace siguiendo una trayectoria rectilínea, responde a las siguientes preguntas:

a) Dibuja la trayectoria seguida por el alumno.
b) Dibuja y calcula el vector de posición del alumno cuando hizo la primera parte del recorrido.
c) La distancia, medida en línea recta, a la que se encuentra de su casa en ese momento.
d) Dibuja y calcula el vector desplazamiento del alumno entre las posiciones inicial y final.
e) El espacio total que ha recorrido el alumno.

SOLUC: B) $\vec{r}_1 = -300\ \vec{i} + 400\ \vec{j}\ m$ C) $|\vec{r}_1| = 500\ m$ D) $\Delta\vec{r} = 300\ \vec{i}\ m$ E) 1347,21 m

Problema 4º

Un alumno se encuentra, inicialmente, a 800 m de su casa en la dirección sur. Este alumno se desplaza 600 m hacia el este, luego 400 m hacia el norte y finalmente regresa a su casa. Suponiendo que la trayectoria seguida en cada desplazamiento ha sido rectilínea y tomando como sistema de referencia su casa, responde a las siguientes preguntas:

a) Dibuja la trayectoria seguida por el alumno.
b) Dibuja y calcula el vector de posición del alumno cuando hizo la segunda parte del recorrido.
c) La distancia, medida en línea recta, a la que se encuentra de su casa en ese momento.
d) Dibuja y calcula el vector desplazamiento del alumno entre la posición inicial y la segunda parte del recorrido.
e) El espacio total que ha recorrido el alumno.

SOLUC: B) $\vec{r}_2 = 600\ \vec{i} - 400\ \vec{j}\ m$ C) $|\vec{r}_2| = 721{,}1\ m$ D) $\Delta\vec{r} = 600\ \vec{i} + 400\ \vec{j}\ m$ E) 1721,1 m

Problema 5º

La ecuación del movimiento de un cuerpo es $\vec{r}(t) = (2t^2+1)\,\vec{i} + 3t)\,\vec{j}$ donde todo se mide en unidades del Sistema Internacional. Calcular:

a) El vector de posición para t=1 s.
b) El vector desplazamiento entre los instantes t=1 s y t=3 s.
c) La velocidad media entre los instantes t=1 s y t=3 s.
d) La velocidad instantánea
e) La velocidad a los 5 s.
f) La velocidad inicial.
g) La aceleración media entre los instantes t=2 s y t=4 s.
h) La aceleración instantánea.

SOLUC: a) $\vec{r}(t=1s) = 3\,\vec{i} + 3\,\vec{j}\ m$ b) $\Delta\vec{r} = 16\,\vec{i} + 6\,\vec{j}\ m$ c) $\vec{v}_m = 8\,\vec{i} + 3\,\vec{j}\ m/s$

d) $\vec{v}(t) = 4t\,\vec{i} + 3\,\vec{j}\ m/s$ e) $\vec{v}(t=5s) = 3\,\vec{j}\ m/s$ f) $\vec{v}_0 = 3\,\vec{j}\ m/s$

g) $\vec{a}_m = 4\,\vec{i}\ m/s^2$ h) $\vec{a}(t) = 4\,\vec{i}\ m/s^2$

Problema 6º

El vector de posición, en unidades SI, de un móvil es $\vec{r}(t) = 2t^2\,\vec{i} + t\,\vec{j}\ m$. Calcular:

a) La expresión del vector velocidad instantánea.
b) La velocidad a los 2 s y su módulo.
c) La velocidad media entre el instante inicial y t=2 s.
d) La distancia a la que se encuentra el móvil del origen a los 4 s.

SOLUC: a) $\vec{v}(t) = 4t\,\vec{i} + \vec{j}\ m/s$ b) $\vec{v}(t=2s) = 8\,\vec{i} + \vec{j}\ m/s$ $\left|\vec{v}(t=2s)\right| = \sqrt{65}\,m/s$

c) $\vec{v}_m = 4\,\vec{i} + \vec{j}\ m/s$ d) $\left|\vec{r}(t=4s)\right| = 31m$

Problema 7º

Las ecuaciones paramétricas del movimiento de un objeto son: x = 2t y = 2t – 2 en unidades SI. Calcular:

a) El módulo de la velocidad media entre los instantes t=1 s y t=3 s.
b) La velocidad instantánea.
c) La aceleración instantánea. ¿Qué conclusión sacas del resultado obtenido?.
d) La ecuación de la trayectoria.

SOLUC: a) $\left|\vec{v}_m\right| = 2{,}8 m/s$ b) $\vec{v}(t) = 2\,\vec{i} + 2\,\vec{j}\ m/s$ c) $\vec{a}(t) = 0\,\vec{i} + 0\,\vec{j}\ m/s^2 = 0 MRU$

d) $y = x - 2$ $\text{Re}\,ctilínea$

Problema 8º

El vector de posición de un móvil es $\vec{r}(t) = 2t\,\vec{i} + (3t^2+1)\,\vec{j}$ en unidades del SI. Calcula:

a) El vector velocidad instantánea.
b) La aceleración media entre los instantes t=3 s y t=4 s.
c) La ecuación de la trayectoria.
d) La velocidad media durante los tres primeros segundos.

SOLUC: a) $\vec{v}(t) = 2\,\vec{i} + 6t\,\vec{j}\ m/s$ b) $\vec{a}_m = 10\,\vec{j}\ m/s^2$ c) $y = \frac{3}{4}x + 1$ d) $\vec{v}_m = 2\,\vec{i} + \frac{28}{3}\,\vec{j}\ m/s$

Problema 9º

Las ecuaciones paramétricas del movimiento de un cuerpo son: $x = t$ $y = t^2 + 2$ en unidades del SI. Halla:

a) La posición inicial del cuerpo.
b) La distancia al origen para t=2 s.
c) El vector desplazamiento y su módulo entre los instante t=0 s y t=2 s.
d) La ecuación de la trayectoria. Dibújala.
e) Razona si el módulo del vector desplazamiento coincide con el espacio recorrido.
f) La expresión de la velocidad instantánea y de la aceleración instantánea.

SOLUC: a) $\vec{r}_0 = (2{,}0)m$ b) $\left|\vec{r}(t=2s)\right| = 6{,}3m$ c) $\Delta\vec{r} = 2\vec{i} + 4\vec{j}\, m$ $\left|\Delta\vec{r}\right| = \sqrt{20}m$ d) $y = x^2 + 2$

e) NO f) $\vec{v}(t) = \vec{i} + 2t\,\vec{j}\, m/s$ $\vec{a}(t) = 2\vec{j}\, m/s^2$

Problema 10º

El vector de posición de una partícula en movimiento es $\vec{r}(t) = 2t\,\vec{i} + (t^2 - 2t)\,\vec{j}$ en unidades SI. Calcular:

a) El vector de posición para t=1 s.
b) La distancia al origen a los 3 s.
c) El módulo del vector desplazamiento entre t=1 s y t=3 s.
d) La ecuación de la trayectoria. ¿Es un movimiento rectilíneo? ¿Por qué?
e) La velocidad y la aceleración a los 5 s.

SOLUC: a) $\vec{r}(t=1s) = 5\vec{i} - \vec{j}\, m$ b) $\left|\vec{r}(t=3s)\right| = 10m$ c) $\left|\Delta\vec{r}\right| = 10{,}8m$ d) $y = \frac{1}{25}x^2 - \frac{2}{5}x$

e) $\vec{v}(t=5s) = 5\vec{i} + 8\vec{j}\, m/s$ $\vec{a}(t=5s) = 2\vec{j}\, m/s^2$

Problema 11º

Un tren se encuentra a 20 Km de la estación y se aleja de ella por una vía recta a 80 Km/h. Hallar:

a) La ecuación del movimiento del tren tomando como punto de referencia la estación.
b) La distancia que lo separará de la estación al cabo de 2 h.
c) El espacio que habrá recorrido el tren en esas dos horas.
d) El tiempo que tardará el tren en situarse a 260 Km de la estación.

SOLUC: a) x = 20 + 80t (x en km y t en h) b) 180 Km c) 160 Km d) 3 h

Problema 12º

Desde dos pueblos A y B separados por una distancia de 10 Km, salen al encuentro dos automóviles con velocidades de 72 Km/h y 108 Km/h. Calcular:

a) El tiempo que tardan en cruzarse.
b) La distancia a la que están ambos automóviles del pueblo a en ese momento.
c) El espacio que ha recorrido cada coche hasta ese momento.
d) Representa para ambos en una misma gráfica la posición-tiempo.

SOLUC: a) 200 s b) 4000 m c) 4000 m y 6000 m respectivamente

Problema 13º

Un motorista que circula a 210 Km/h frena con una aceleración de 1,5 m/s^2. Calcula:

a) El tiempo que tarda en detenerse.
b) La distancia que recorre hasta parar.
c) Representa la gráfica v-t.

SOLUC: a) 38,9 s b) 134,1 m

Problema 14º

Un móvil que parte con una velocidad inicial de 2 m/s y aceleración de 5 m/s^2 recorre 225 m. Calcular:

a) La velocidad final que alcanza.
b) El tiempo empleado.

SOLUC: a) 47,5 m/s b) 9,1 s

Problema 15º

Tráfico registra las huellas de un frenazo sobre el asfalto de un vehículo implicado en un accidente. El dato obtenido es de 40 m. Si la aceleración de frenado por deslizamiento sobre el asfalto es -7.35 m/s^2, ¿qué velocidad llevaba el coche en el momento del accidente? Exprésala en km/h.

SOLUC: 87,3 km/h

Problema 16º

El guepardo es capaz de alcanzar los 100 km/h en un tiempo de 3,5 s. Calcula la aceleración del guepardo y el espacio recorrido en ese tiempo.

SOLUC: a = 7,4 m/s^2 e = 97,27 m

Problema 17º

Desde una altura de 7 m lanzamos verticalmente hacia arriba una pelota con una velocidad de de 40 m/s. Calcular:

a) El tiempo que está subiendo.
b) La altura máxima alcanzada.

SOLUC: a) 4,1 s b) 88,6 m

Problema 18º

Desde una ventana a 15 m del suelo, se deja caer un cuaderno. Al mismo tiempo, desde el suelo se lanza un lápiz con una velocidad inicial de 12 m/s. Hallar:

a) La ecuación del movimiento de cada objeto.
b) ¿Dónde y cuándo se cruzan?

SOLUC: a) $y_1 = 15 - 4{,}9t^2$ $y_2 = 12t - 4{,}9t^2$ b) A los 1,25 s y a 7,3 m del suelo

Problema 19º

Desde una terraza situada a 25 m del suelo se cae un tiesto. Hallar:

a) El tiempo que tarda en caer.
b) La velocidad con la que llega al suelo.

SOLUC: a) 2,3 s b) 22,5 m/s

Problema 20º

Desde el suelo se lanza verticalmente y hacia arriba una pelota a través de una ventana situada en el tercer piso, a 9 m de altura, un vecino ve pasar con una velocidad de 5 m/s. Hallar:

a) La velocidad inicial con que fue lanzada.
b) El tiempo que tarda en llegar a la ventana.
c) La altura máxima alcanzada.

SOLUC: a) 14,2 m/s b) 0,9 s c) 10,3 m

Problema 21º

Desde una torre de 20 m se deja caer un lápiz. Al mismo tiempo, desde el suelo se lanza verticalmente hacia arriba una tiza con una velocidad de 10 m/s. Calcular:

a) El tiempo que tardan en encontrarse.
b) Velocidad de cada objeto en ese momento.
c) El espacio recorrido por cada cuerpo hasta ese momento.

SOLUC: a) 2 s b) v_1 = 19,6 m/s v_2 = - 9,6 m/s c) e_1 = 19,6 m y e_2 = 0,4 m

Problema 22º

Desde dos pueblos A y B, separados por una distancia de 10 Km, salen al encuentro dos automóviles con velocidades respectivas de 72 Km/h y 108 Km/h. Calcula:

a) Las ecuaciones del movimiento de ambos vehículos.
b) Dónde y cuándo se encuentran
c) Dibuja en una misma gráfica la posición-tiempo de ambos vehículos.

SOLUC: a) $x_A = 20t \quad x_B = 10000 - 30t$ b) A los 200 s y a 4 Km de S

Problema 23º

Un proyectil es lanzado desde un acantilado de 150 m de altura con una velocidad inicial de 400 m/s y un ángulo de inclinación de 30º. Calcular:

a) Las componentes de la velocidad inicial
b) El tiempo que tarde en caer al suelo.
c) El alcance.
d) La altura máxima alcanzada.

SOLUC: a) v_{0x} = 346,4 m/s v_{0y} = 200 m/s b) 41,5 s c) 14,4 km d) 2191 m

Problema 24º

Desde lo alto de un edificio de 250 m se deja caer un objeto. Hallar:

a) Tiempo empleado en llegar al suelo y velocidad con la que llega.
b) Velocidad y posición a los 3 s de soltarlo. ¿Qué espacio ha recorrido en este tiempo?
c) Tiempo empleado en realizar la primera parte del recorrido y velocidad en ese momento.

SOLUC: a) 7,1 s y - 69,58 m/s b) – 29,4 m/s 205,9 m y 44,1 m c) 5 s y - 49 m/s

Problema 25º

Un coche que inicialmente está en reposo comienza a moverse hacia la derecha con MRUA y aceleración de 4 m/s^2. 200 m por delante de él se desplaza en sentido contrario, a su encuentro, una moto con velocidad constante de 54 Km/h. Hallar:

a) Las ecuaciones de la posición para ambos.
b) El instante en el que el coche alcanza a la moto y lugar en el que lo consigue.
c) Espacio recorrido por cada vehículo hasta ese momento.

SOLUC: a) $x_{coche} = 2t^2$ $x_{moto} = 200 – 15t$ b) 6,93 s y a 96 m de donde salió el coche c) coche: 96 m moto: 104 m

Problema 26º

Desde lo alto de un edificio de 50 m se lanza hacia abajo un objeto con una velocidad de 8 m/s. Hallar:

a) Ecuación del movimiento.
b) Tiempo empleado en llegar al suelo y velocidad con la que llega.
c) Posición y velocidad del objeto a los 2 s de soltarlo.

SOLUC: a) $y = 50 -8t -4{,}9t^2$ b) 2,5 s y - 24,5 m/s c) 14,4 m y - 27 6 m/s

Problema 27º

La polea de un motor gira con m.c.u. a razón de 240 rpm (revoluciones por minuto). Hallar:

a) La frecuencia, a velocidad angular y el periodo.
b) La aceleración centrípeta del movimiento de la polea si su radio es de 20 cm.

SOLUC: a) 4 Hz 25,12 rad/s y 0,25 s b) 3155 m/s^2

Problema 28º

Un tocadiscos gira a 33 rpm. Calcula:

a) La velocidad angular y el ángulo descrito a los 3 s.
b) Si el radio es de 10cm y una mosca se encuentra en el borde del disco calcula la velocidad lineal de la mosca.
c) La distancia recorrida por la mosca a los 3s.

SOLUC: a) 3,454 rad/s y 10,362 rad b) 0,34 m/s c) 1 m

Problema 29º

La velocidad angular de una rueda es de 6,28 rad/s. Hallar:

a) la frecuencia, el periodo.
b) La velocidad lineal (v) y la aceleración normal de un punto de la periferia de la rueda.

El radio de giro es de 50 cm.

SOLUC: a) 2 Hz y 0,5 s b) 3,14 m/s y 19,72 m/s^2

Problema 30º

Un ciclista recorre una trayectoria circular de 5 m de radio con una velocidad de 54 Km/h. Calcular:

a) La aceleración del ciclista.
b) La velocidad angular
c) El tiempo que tarda en completar cada vuelta

SOLUC: a) 45 m/s^2 b) 3 rad/s c) 2 s

Problema 31º

Un futbolista chuta un balón hacia la puerta con una velocidad de 15 m/s. Calcular:

a) El tiempo que el balón está en el aire para ángulos de lanzamiento de 3º, 45º y 60º.
b) El alcance para cada uno de los ángulos anteriores.

SOLUC: a) 1,5 s 2,2 s 2,7 s b) 19,9 m 23 m 19,9 m

Problema 32º

Un alumno chuta una pelota que está en el suelo con una velocidad inicial de 28 m/s y un ángulo de 40º. A 75 m del punto de lanzamiento hay un muro de 2,5 m de altura. Calcular:

a) Si la pelota pasará por encima del muro, chocará contra este o caerá al suelo antes de llegar a este.
b) En caso de que choque contra el muro, determina a qué altura lo hará; en caso contrario, determina su alcance.

SOLUC: a) Pasará por encima del muro. B) 78,8 m

Problema 33º

Un chico lanza piedras horizontalmente desde lo alto de un acantilado de 25 m de altura. Si desea que choquen contra un islote que se encuentra a 30 m de la base del acantilado, calcula:

a) La velocidad con la que debe lanzar las piedras.
b) El tiempo que tardan las piedras en llegar al islote.

SOLUC: a) 13,3 m/s b) 2,2 s

Problema 34º

Una pelota rueda sobre una mesa horizontal a 1,5 m del suelo, cayendo por el borde de la misma. Si choca con el suelo a una distancia de 1,8 m en la horizontal, ¿cuál es la velocidad con que cayó de la mesa?

SOLUC: v_0 = 3,25 m/s

Problema 35º

Una jugadora de baloncesto lanza el balón desde una altura de 2,25 m con una velocidad de 20 m/s y un ángulo de 60º. Calcular:

a) Las ecuaciones del movimiento del balón.
b) El alcance del balón suponiendo que no ha chocado con ningún obstáculo.
c) Si la jugadora hubiera lanzado a una canasta que se encontraba a 8 m de la jugadora y a 3 m de altura, responde razonadamente si habría encestado.

SOLUC: A) $\vec{r} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} \begin{cases} x = 10t \ m \\ y = 2{,}25 + 17{,}32t - 4{,}9t^2 \ m \end{cases}$ $\vec{v} = v_x\,\vec{i} + v_y\,\vec{j} \begin{cases} v_x = 10 \ m/s \\ v_y = 17{,}32 - 9{,}8t \ m/s \end{cases}$ B) 36,6 m C) No encestaría

---

Problema 36º

Un objeto, que desciende verticalmente, tiene una velocidad de 4 m/s cuando se encuentra a 100 m del suelo. Calcula

a) La ecuación del movimiento del objeto y el tiempo que tardará en llegar al suelo.
b) La velocidad del objeto cuando se encuentre a 40 m de altura.

c) Haz las gráficas posición – tiempo, velocidad – tiempo y aceleración – tiempo.

SOLUC: A) $y = 100 - 4t - 4{,}9t^2$ m B) $v = -34{,}5$ m/s

Problema 37º

Un pájaro agita sus alas para volar en dirección NO con una velocidad de 10 m/s. Simultáneamente el viento sopla a 8 m/s en dirección sur.

a) Dibuja a los vectores velocidad del pájaro y velocidad del viento, y calcula la expresión analítica de cada uno de los dos vectores.
b) Calcula analíticamente la velocidad resultante que llevará el pájaro.
c) Calcula geométricamente la velocidad resultante que llevará el pájaro.
d) Calcula geométricamente el producto escalar de las dos velocidades.
e) Calcula analíticamente el producto escalar de las dos velocidades.

SOLUC: A) $\vec{v}_p = -7{,}1\,\vec{i} + 7{,}1\,\vec{j}\ m/s$ $\quad \vec{v}_v = -8\,\vec{j}\ m/s$ B) $\vec{v} = \vec{v}_p + \vec{v}_v = -7{,}1\,\vec{i} - 0{,}9\,\vec{j}\ m/s$
D) y E) $\vec{v}_p \cdot \vec{v}_v = -56{,}8\ m^2/s^2$

Problema 38º

Un alumno, que se encuentra a 3 m de una papelera, lanza un papel a la papelera con una velocidad de 7 m/s formando un ángulo de 30º con la horizontal. Si el papel salió de la mano a 2,20 m de altura y despreciamos los efectos del rozamiento con el aire, calcula:

a) Las ecuaciones del movimiento del papel.
b) La altura máxima alcanzada por el papel.
c) Si la papelera tiene una altura de 1 m, contesta razonadamente si el papel entra en ella o no.

SOLUC: A) $\vec{r} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}\begin{cases} x = 6{,}1t\ m \\ y = 2{,}2 + 3{,}5t - 4{,}9t^2\ m \end{cases}$ $\quad \vec{v} = v_x\,\vec{i} + v_y\,\vec{j}\begin{cases} v_x = 6{,}1\ m/s \\ v_y = 3{,}5 - 9{,}8t\ m/s \end{cases}$ B) 2,8 m C) No entrará

Problema 39º

Cada 40 s un ciclista completa una vuelta en un velódromo circular de 70 m de radio. Suponiendo que se mueve con MCU, calcular:

a) La frecuencia en rpm y la velocidad angular del ciclista.
b) La velocidad lineal del ciclista en Km/h y la aceleración del ciclista.

SOLUC: A) f = 1,5 rpm $\omega = 0{,}157$ rad/s B) v = 11 m/s = 39,6 Km/h $a_n = 1{,}73\ m/s^2$

Problema 40º

Una avioneta con provisiones vuela horizontalmente a 90 m/s y lanza un paquete desde una altura de 200 m. Suponiendo despreciables los efectos del rozamiento del aire con el paquete, y que este no encuentra ningún obstáculo en su trayectoria, calcular:

a) El tiempo que tardará el paquete en llegar al suelo.
b) El punto del suelo donde caerá el paquete (alcance del paquete).
c) La velocidad del paquete cuando llegue al suelo.

SOLUC: A) 6,4 s B) Alcance = 576 m $\vec{v} = 90\,\vec{i} - 62{,}7\,\vec{j}\ m/s$

Problema 41º

Un globo aerostático se eleva a velocidad constante de 16 m/s y, cuando se encuentra a 200 m de altura, a un pasajero se le cae la brújula. Si se desprecia el rozamiento con el aire, calcula:

a) El tiempo que tardará en caer la brújula al suelo (medido desde el instante en el que se le cayó al pasajero).
b) La altura máxima alcanzada por la brújula (medida desde el suelo).

SOLUC: A) 8,23 s aproximadamente B) 213 m del suelo

Problema 42º

Como sabes, la a tierra, y por tanto nosotros, tenemos un movimiento de rotación alrededor del sol. ¿Te has preguntado alguna vez cuál es la velocidad con la rotamos alrededor del sol? Pues con los conocimientos que has aprendido este trimestre puedes hacerlo. Para ello tienes que suponer que este movimiento es un MCU aproximadamente, que la trayectoria tiene un radio medio de 150 millones de kilómetros; y que empleamos aproximadamente 365 días en completar una vuelta. Con estos datos, calcula la velocidad lineal con la que rotamos alrededor del sol y exprésala en Km/h.

SOLUC: v = 29871 m/s = 107535,6 Km/h

Problema 43º

Un tren parte del reposo con una aceleración de 4 m/s^2 durante 5 s. A continuación mantiene la velocidad constante durante 8 s. Finalmente frena con aceleración constante y se detiene en 2 s.

a) Dibuja la gráfica v – t del movimiento del tren.
b) Calcula el espacio total recorrido por el tren (desde que inició su movimiento hasta que se detuvo).

SOLUC: B) e = 50 m + 160 m + 20 m = 230 m

Problema 44º

En la piscina un chico se deja caer verticalmente desde el trampolín y llega al agua con una velocidad de 7,84 m/s. Calcular:

a) La altura a la que estaba el trampolín suponiendo despreciable el rozamiento con el aire.
b) Si tarda 1,8 s en perder toda su velocidad dentro del agua, ¿qué aceleración de frenado ha soportado dentro del agua?

SOLUC: A) 3,14 m B) a = 4,4 m/s^2 (sale positiva, a pesar de ser una aceleración de frenado, pues es un vector dirigido hacia arriba y su coordenada es positiva)

Problema 45º

Un bombero situado en la azotea de un edificio, a una altura de 15 m, lanza agua con una velocidad de 10 m/s y un ángulo de inclinación de 30º respecto a la horizontal. Despreciando los efectos del rozamiento con el aire, calcula:

a) La altura máxima que alcanza el chorro.
b) El alcance del agua.

SOLUC: A) 16,27 m del suelo (o 1,27 m medidos desde la terraza) B) 20,3 m

PROBLEMAS PARA AMPLIAR

Problema 46º

Un Boeing 727 necesita alcanzar como mínimo una velocidad de 360 Km/h para iniciar el despegue. Si estando parado comienza a rodar y tarda 25 s en despegar. Calcular:

a) La aceleración que proporcionan los motores del avión.
b) La longitud mínima que debe tener la pista de despegue.

SOLUC: a) 4 m/s^2 b) 1250 m

Problema 47º

Un coche pasa por un semáforo a 36 Km/h. Una motocicleta pasa 5 s después por el mismo lugar a 54 Km/h. Si circulan por una calle recta y a velocidad constante, calcula:

a) Dónde y cuándo alcanza la motocicleta al coche.
b) Dibuja en una misma gráfica la posición-tiempo de ambos vehículos.

SOLUC: a) 15 s después de pasar el coche por el semáforo y a 150 m de él

Problema 48º

Desde el brocal de un pozo soltamos una piedra y tardamos 3 s en escuchar el impacto con el agua. Sabiendo que la velocidad del sonido en el agua es de 340 m/s, calcula a qué profundidad se encuentra el agua.

SOLUC: 40,64 m

Problema 49º

Una chica situada entre dos montañas grita "hola" y oye ecos al cabo de 4 s y 5,5 s.

a) ¿A qué distancia está la montaña más próxima?
b) ¿Cuál es la distancia entre las dos montañas?

Dato: velocidad del sonido en el aire 340 m/s

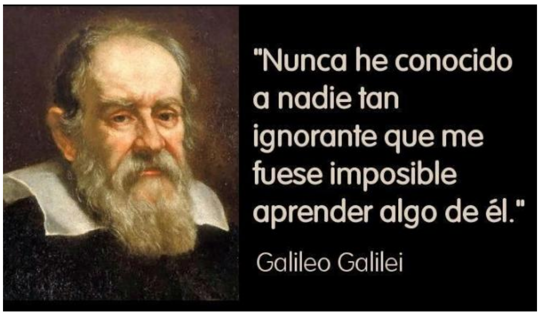
SOLUC: a) 680 m b) 1615 m

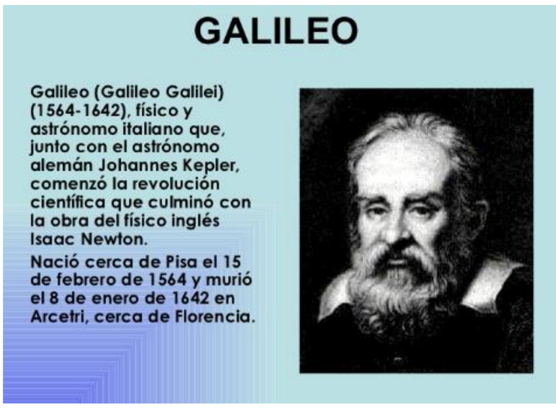
Problema 50º

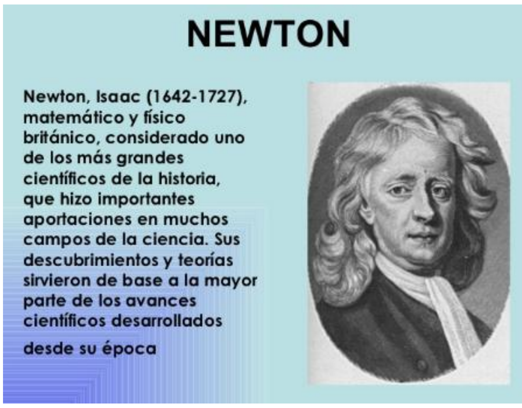
Desde un precipicio se lanza verticalmente una piedra hacia abajo con una velocidad de 5 m/s. El sonido de la piedra al chocar con el suelo se oye a los 6,5 s de soltarla. ¿Desde que altura se lanzó? (la velocidad del sonido en el agua es de 340 m/s, calcula a qué profundidad se encuentra el agua.

SOLUC: 200,4 m

TEMA 3. DINÁMICA DEL PUNTO MATERIAL







1. INTRODUCCIÓN

La **Dinámica** es la parte de la Física que se ocupa del estudio del movimiento de los cuerpos teniendo en cuenta a las fuerzas que actúan sobre ellos. En este tema vamos a estudiar la dinámica de la partícula o punto material.

En física se denomina **<u>punto material o partícula</u>** a aquel objeto que tiene masa pero que no tiene dimensiones. Cuando la física considera a un cuerpo como un punto material, no es que carezca de volumen sino que este no ha de ser tenido en cuenta para el fenómeno que se está estudiando. En realidad, se considera al cuerpo extenso como si toda su masa estuviera concentrada en un solo punto, que en física se denomina centro de masas

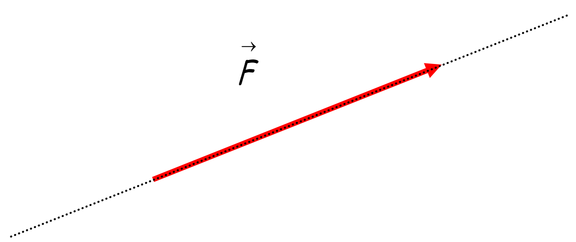
2. DEFINICIÓN DE FUERZA Y SU CARÁCTER VECTORIAL

Una fuerza es toda acción capaz de producir en el cuerpo sobre el que se aplica alguno de estos efectos:

1º.- Modificar su estado de reposo o de movimiento, y/o

2º.- Producir en él una deformación.

Los efectos de las fuerzas dependen de su intensidad, así como de la dirección y el sentido en que se ejerce la fuerza y de su punto de aplicación. Por esta razón, la fuerza es una magnitud física vectorial y se representará gráficamente por un vector:



DIRECCIÓN: Es la recta que contiene a la fuerza o que es paralela a la fuerza.

SENTIDO: Es el extremo de la fuerza.

MÓDULO: Es el valor numérico de la fuerza. Se representa por:

$$|\vec{F}|$$

PUNTO DE APLICACIÓN: Es el punto del cuerpo en el que se aplica la fuerza.

La unidad de fuerza es el NEWTON (N), que se definirá en la pregunta siguiente.

3. LAS LEYES DE NEWTON

La Mecánica clásica se basa en tres leyes o principios que fueron enunciados por el científico inglés Isaac Newton (1642-1727). Estas tres leyes del movimiento se recogen en una de sus obras más importantes: el libro titulado "Principios matemáticos de la filosofía natural (1687)".

Realmente podrían reducirse a sólo dos leyes, ya que la segunda incluye a la primera. Sin embargo así es como él las presentó, es más fácil para comprenderlas y además la primera realmente fue propuesta por Galileo Galilei (1564-1642) un gran hombre del renacimiento nacido en Pisa.

3.1 PRIMERA LEY DE NEWTON, PRIMER PRINCIPIO DE LA DINÁMICA O PRINCIPIO DE INERCIA

"Si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza ó si la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo vale cero, entonces la partícula estará en reposo o moviéndose con velocidad constante, es decir, con MRU."

COMENTARIOS

1º.- Según este principio, las fuerzas no son las causantes del movimiento de los cuerpo ya que, un cuerpo puede estar moviéndose con MRU y sin embargo la resultante de las fuerzas vale 0.

2º.- Este principio también dice que en ausencia de fuerzas los cuerpos carecen de aceleración, es decir, no cambian su velocidad, o sea, no cambian su estado de reposo o de movimiento inicial en el que estaban. Como la **inercia** se define como la resistencia u oposición que presenta un cuerpo a cambiar su estado de reposo o de movimiento, es por esta razón por la que también se denomina principio de inercia.

3º.- Cuando sobre un cuerpo no actúan fuerzas o la resultante de todas las que actúan vale 0 se dice que el cuerpo está en **equilibrio**. Por tanto, tanto un cuerpo en reposo como con MRU, se encuentra en equilibrio. En el primer caso se habla de **equilibrio estático**, mientras que en el segundo caso se habla de **equilibrio dinámico**.

4º.- El reposo y el MRU son dos situaciones equivalentes desde el punto de vista dinámico porque en ambos hay ausencia de fuerzas.

3.2 SEGUNDA LEY DE NEWTON, SEGUNDO PRINCIPIO DE LA DINÁMICA O PRINCIPIO FUNDAMENTAL DE LA DINÁMICA

"La resultante de todas las fuerzas que actúan sobre una partícula coincide con el producto de su masa por su aceleración".

$$\boxed{\vec{F}_{RTE.} = m\vec{a}}$$

$$\boxed{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots + \vec{F}_n = m\vec{a}}$$

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = m\vec{a}}$$

COMENTARIOS:

1º.- La primera Ley de Newton es un caso particular de la segunda:

$$Si \quad \vec{F}_{RTE.} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{RTE.} = m\vec{a} = 0 \Rightarrow m\vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{v} = cte \Rightarrow reposo \quad ó \quad MRU$$

2º.- La unidad de fuerza es la unidad de masa por la unidad de aceleración que, en el SI de unidades, es kg.m/s^2. A esta unidad se le conoce con el nombre de Newton.

$$Kg\frac{m}{s^2} = NEWTON(N)$$

Un Newton es la fuerza que aplicada a un cuerpo de 1 Kg le proporciona una aceleración de 1 m/s^2.

3º.- La fuerza resultante que actúa sobre una partícula y la aceleración de dicha partícula son vectores de la misma dirección y sentido ya que, la fuerza se obtiene del producto de un escalar positivo, la masa m, por un vector, la aceleración $\vec{a}$.

$$\vec{a}$$

$$\vec{F}_{RTE.} = m\vec{a}$$

4º.- La ecuación $\vec{F}_{RTE.} = m\vec{a}$ es una ley física que nos dice que las fuerzas son las causantes de las aceleraciones de los cuerpos, es decir, las fuerzas son las causantes de los cambios en la velocidad de los cuerpos, o sea, de los cambios en el movimiento de los cuerpos.

Por tanto, la expresión $\vec{F}_{RTE.} = m\vec{a}$ es una relación causa-efecto: la causa son las fuerzas y el efecto es la aceleración.

5º.- Esta Ley también nos permite interpretar físicamente a la masa, no como cantidad de materia, sino como una medida de la inercia de los cuerpos, es decir, como una medida de la resistencia u oposición que presentan los cuerpos a los cambios en su movimiento. En efecto, si aplicamos dos fuerzas iguales a dos cuerpos de diferente masa, la aceleración que adquiere cada uno de ellos sería:

$$\vec{a}_1 = \frac{\vec{F}}{m} \quad y \quad \vec{a}_2 = \frac{\vec{F}}{M}$$

El cuerpo de menor masa presenta mayor aceleración, es decir, cambia más rápidamente su velocidad y, por tanto, presenta menor inercia. Al contrario que el de mayor masa.

3.3 TERCERA LEY DE NEWTON, TERCER PRINCIPIO DE LA DINÁMICA O PRINCIPIO DE ACCIÓN Y REACCIÓN

“Si un cuerpo A ejerce una fuerza (acción) sobre otro cuerpo B, este ejerce sobre el A otra fuerza (reacción) igual pero de sentido contrario”.

COMENTARIOS:

1º.- Este principio afirma que las fuerzas siempre aparecen por parejas, el par acción-reacción, y son fuerzas de la misma dirección, de igual módulo pero de sentido contrario.

2º.- Según el comentario anterior podría pensarse que el par de fuerzas acción-reacción se anula entre sí. Sin embargo esto no es cierto puesto que están aplicadas a cuerpos diferentes.

3º.- Las fuerzas de acción y reacción son simultáneas, es decir, no hay separación temporal entre ellas.

4º.- Este principio afirma que las fuerzas son siempre acciones mutuas entre cuerpos y, por esta razón, a las fuerzas también se les conoce con el nombre de interacciones.

Ejemplo 1º

Considera uno cualesquiera de los objetos que en este momento tienes encima de la mesa (un cuerpo en reposo apoyado sobre una superficie horizontal).

a) Analiza las fuerzas que actúan sobre el cuerpo y dibújalas.
b) ¿Algunas de esas fuerzas forman la pareja acción-reacción?
c) Localiza donde están las respectivas parejas de las fuerzas anteriores que junto a ellas forman la pareja acción-reacción de la que nos habla la tercera ley de Newton.

Ejemplo 2º

A) Dibuja tu peso y la reacción a tu peso. Indica el valor de cada una de ellas.
B) ¿Quién atrae con más fuerza a quién: tú a la tierra o la tierra a ti?
C) ¿Por qué cuando soltamos un bolígrafo desde una cierta altura, es el bolígrafo el que desciende y no es la tierra la asciende?

Ejemplo 3º

Analiza la situación de equilibrio de la mochila y del chico que la sujeta

4. LA FUERZA DE ROZAMIENTO

La fuerza de rozamiento es una fuerza que disipa energía en forma de calor. Suele decirse que la fuerza de rozamiento se opone al movimiento. Aunque esto es cierto, no es menos cierto que también permite otros movimientos. En efecto, sin la fuerza de rozamiento no podríamos andar, ni escribir, las ruedas de los vehículos no podrían avanzar, etc.

La fuerza de rozamiento puede ser ***estática*** ó ***dinámica*** (también llamada ***cinética***). La fuerza de rozamiento estática es la que actúa mientras el cuerpo está en reposo sobre la superficie y puede tener valores comprendidos entre 0 y un valor máximo. Cuando la fuerza aplicada supera este valor máximo el cuerpo inicia el movimiento sobre la superficie y entonces aparece la fuerza de rozamiento dinámica o cinética.

El valor máximo de la fuerza de rozamiento estática vale:

$$\boxed{|\vec{F}|_{roz.est.máx.} = \mu_e . |\vec{N}|} \quad ó \quad bien \quad \boxed{F_{roz.est.máx.} = \mu_e . N}$$

Siendo:

μ_e Una constante característica que sólo depende de la naturaleza de las superficies puestas en contacto y que se denomina *coeficiente de rozamiento estático.*

$\vec{N}$ Es la fuerza normal con la que se aprietan ambas superficies.

El módulo de esta fuerza representa el valor mínimo que debe de tener una fuerza paralela a la superficie para que al aplicarla sobre el cuerpo en reposo, este inicie su movimiento.

El valor de la fuerza de rozamiento dinámica o cinética es:

$$\boxed{|\vec{F}|_{roz.din.} = |\vec{F}|_{roz.cin.} = \mu_d . |\vec{N}| = \mu_c . |\vec{N}|} \quad ó \quad bien \quad \boxed{F_{roz.din.} = F_{roz.cin.} = \mu_d . N = \mu_c . N}$$

Siendo:

$\mu_d = \mu_c$ Una constante característica que sólo depende de la naturaleza de las superficies puestas en contacto y que se denomina *coeficiente de rozamiento dinámico o cinético.*

$\vec{N}$ Es la fuerza normal con la que se aprietan ambas superficies.

COMENTARIOS

1º.- Ambos coeficientes de rozamiento son adimensionales, es decir, carecen de unidades puesto que se obtienen dividiendo el módulo de dos fuerzas.

2º.- El coeficiente de rozamiento estático es ligeramente mayor que el dinámico ó cinético. Esto significa que se necesita aplicar más fuerza a un cuerpo en reposo para que inicie su movimiento que, una vez en movimiento, mantenga su velocidad constante:

$$\boxed{\mu_e > \mu_c \quad \Rightarrow \quad F_{roz.est.máx.} > F_{roz.cin.}}$$

Ejemplo 4º

Considera uno cualesquiera de los objetos que en este momento tienes encima de la mesa (un cuerpo en reposo apoyado sobre una superficie horizontal) y considera que le aplicas una fuerza $\vec{F}$ horizontal. Analiza las fuerzas que actúan sobre él y si se moverá o no en los siguientes casos:

a) Si no existiese rozamiento entre el cuerpo y la superficie de la mesa.
b) Considerando la situación real.

Ejemplo 5º

Haz lo mismo que en el ejemplo anterior suponiendo que la fuerza $\vec{F}$ que se aplica forma un ángulo α con la horizontal.

Ejemplo 6º

Sobre un cuerpo de 20 Kg, apoyado en una superficie horizontal con rozamiento (μ_c = 0,25), se aplica una fuerza horizontal de 100 N. Calcular:

a) La fuerza de rozamiento que actúa.
b) La aceleración con la que se mueve el cuerpo.
c) La velocidad del cuerpo al cabo de 3 s si inicialmente estaba en reposo.

SOLUC: a) 49 N b) 2,5 m/s^2 c) 7,5 m/s

Ejemplo 7º

Se aplica una fuerza de 50 N a un cuerpo de 8 Kg que está apoyado, en reposo, en una superficie horizontal. La fuerza forma un ángulo de 60º con la horizontal y el coeficiente de rozamiento cinético entre el cuerpo y la superficie vale 0,1. Calcula la aceleración con la que se mueve el cuerpo. *SOLUC: 2,7 m/s^2*

Ejemplo 8º

Se deposita a un cuerpo de masa m sobre un plano inclinado de ángulo de inclinación. Analiza las fuerzas que actúan sobre el cuerpo y si descenderá o no en los siguientes casos:

a) No hay rozamiento.
b) Sí hay rozamiento

Ejemplo 9º

Se deposita a un cuerpo de masa m sobre un plano inclinado de ángulo de inclinación α y comienza a deslizar. Analiza las fuerzas que actúan sobre el cuerpo y comprueba que la aceleración de descenso es independiente de la masa del cuerpo, en los siguientes casos:

c) No hay rozamiento.
d) Sí hay rozamiento

Ejemplo 10º

Se deja caer un cuerpo de 20 Kg. por un plano inclinado 30º con respecto a la horizontal desde 2 m de altura, siendo el coeficiente de rozamiento dinámico entre el cuerpo y el plano es μ_d = 0,4.

a) Calcula la aceleración con que desciende.
b) La velocidad con la que llega a la base del plano.

SOLUC: A) 1,5 m/s²   B) 3,46 m/s

Ejemplo 11º

Se observa que un cuerpo desliza con velocidad constante por un plano inclinado. Basándote en el primer principio de la Dinámica razona si hay o no rozamiento entre el cuerpo y la superficie.

Ejemplo 12º

Un cuerpo de 15 kg se deja caer por un plano inclinado de 60º respeto a la horizontal, desde una altura de 2 m. Hallar:

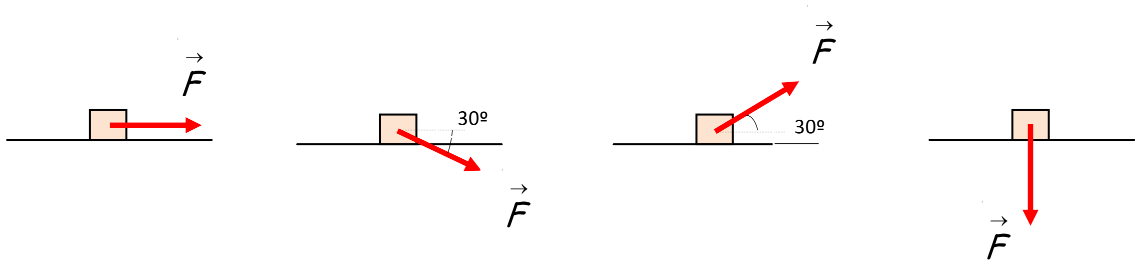
a) La aceleración de descenso si no hay rozamiento entre el cuerpo y el plano.

b) El tiempo que tarda el cuerpo en llegar a la base del plano y la velocidad que tendrá en ese momento si partió del reposo.

SOLUC: A) a = 8,5 m/s²   B) 0,73 s y 6,2 m/s

Ejemplo 13º

Sobre un cuerpo de 5 Kg de masa, inicialmente en reposo, actúa una fuerza $\vec{F}$, cuyo módulo es 10 N. Si el coeficiente de rozamiento estático entre el cuerpo y la superficie vale 0,4, calcula el valor de la fuerza de rozamiento que actúa y su valor máximo en cada una de las situaciones dibujadas:



SOUC: a) 10 N; 19,6 N b) 8,7 N; 21,6 N c) 8,7 N; 17,6 N d) 0 N; 23,6 N

Ejemplo 14º

Desde la base de un plano inclinado se lanza hacia arriba a un cuerpo de masa m. Demuestra que la aceleración de ascenso es independiente de la masa tanto si hay rozamiento como si no lo hay.

Ejemplo 15º

Desde la base de un plano inclinado de 30º se lanza hacia arriba a un cuerpo de masa m con una velocidad de 12 m/s. Calcula la aceleración de ascenso, el tiempo que está ascendiendo y la altura máxima alcanzada en los siguientes casos:

a) No hay rozamiento.
b) El coeficiente de rozamiento dinámico vale 0,18.

SOLUC: a) $a = -4{,}9\ m/s^2$ $t = 2{,}45\ s$ $h = 7{,}35\ m$ b) $a = -6{,}43\ m/s^2$ $t = 1{,}87\ s$ $h = 5{,}62\ m$

Ejemplo 16º

Aplicamos horizontalmente una fuerza $\vec{F}$ a un mueble de 60 Kg. de masa, que está en reposo sobre una superficie horizontal con rozamiento siendo los coeficientes de rozamiento: μ_e = 0.4 y μ_c = 0.3.

Determina si se moverá o permanecerá en reposo y calcula la fuerza de rozamiento que está actuando en cada uno de los siguientes casos:

A) $\vec{F}$ = 200 N B) $\vec{F}$ = 250 N

SOLUC: A) no se mueve; F_{roz} = 200 N B) si se mueve; F_{roz} = 176,4 N

Ejemplo 17º

Un esquiador, al descender, partiendo del reposo, por una pendiente de 213 m de longitud y un desnivel del 3%, emplea un tiempo de 61 s. Si se cambia de esquíes, el mismo esquiador invierte un tiempo de 42 s. Determina el coeficiente de rozamiento entre la nieve y los esquíes, en cada caso.

SOLUC: $\mu_{c1} = 0{,}018$ $\mu_{c2} = 0{,}005$

Ejemplo 18º

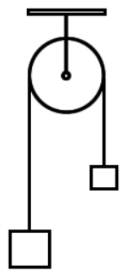
Se desea subir un cuerpo de 5 Kg. por un plano inclinado de 30º con respecto a la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento cinético es 0,4, calcula:

a) La fuerza paralela al plano que tenemos que aplicarle para que suba con una aceleración de 0,5 m/s^2.
b) La altura alcanzada por el cuerpo a los 2 s suponiendo que partió del reposo.

SOLUC: a) 44,05 N b) 0,5 m

Ejemplo 19º

Dos masas están enlazadas mediante una cuerda que pasa por la garganta de una polea (máquina de Atwood). Analiza las fuerzas que actúan sobre cada masa.



Ejemplo 20º

Dos masas de 1 y 3 Kg cuelgan de los extremos de una cuerda que pasa por una polea. Despreciando la masa de la cuerda y de la polea, calcular:

a) La aceleración del sistema.
b) La tensión de la cuerda.

SOLUC: a) $a = 4{,}9\ m/s^2$ b) $T = 14{,}7\ N$

Ejemplo 21º

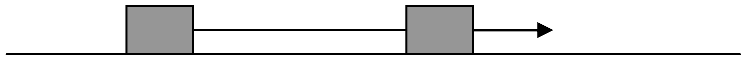
Un cuerpo de 6 Kg. de masa resbala sobre una mesa horizontal, (cuyo coeficiente de rozamiento es 0,25), resbala por la acción de una cuerda a la que está unido, esta cuerda pasa por la garganta de una polea a otro cuerpo de 4 Kg. que cuelga. Calcular:

a) la aceleración con que resbala la masa que está sobre la mesa.
b) La tensión de la cuerda en cada uno de los extremos de la cuerda.

SOLUC: a) $2{,}45\ m/s^2$ b) 29,4 N

Ejemplo 22º

Dos cuerpos de 4 y 6 kg están apoyados sobre una superficie horizontal sin rozamiento y unidos mediante una cuerda de masa despreciable e inextensible. Del cuerpo de la derecha se tira con una fuerza F horizontal de 20 N hacia la derecha. Calcular:



a) La aceleración del sistema.
b) La tensión de la cuerda.

SOLUC: A) $a = 2\ m/s^2$ B) $T = 8\ N$

Ejemplo 23º

Repite el problema anterior suponiendo que la fuerza F se aplica formando un ángulo de 30º con la horizontal.

SOLUC: A) $a = 1,74\ m/s^2$ B) $T = 6,96\ N$

Ejemplo 24º

Repite el ejercicio nº 12 suponiendo que hay rozamiento siendo $\mu_1 = 0,1$ y $\mu_2 = 0,15$.

SOLUC: A) $a = 0,73\ m/s^2$ B) $T = 6,84\ N$

Ejemplo 25º

Repite el ejercicio nº 13 suponiendo que hay rozamiento siendo $\mu_1 = 0,1$ y $\mu_2 = 0,15$.

SOLUC: A) $a = 0,62\ m/s^2$ B) $T = 6,4\ N$

5. FUERZA CENTRÍPETA

Un cuerpo con movimiento curvilíneo siempre tiene aceleración centrípeta ya que la dirección de su velocidad va cambiando continuamente.

El cuerpo por tanto no está en equilibrio y debe de actuar sobre él una fuerza responsable de dicha aceleración que ha de tener la misma dirección y sentido que la aceleración centrípeta, es decir, dirigida hacia el centro de la trayectoria. A esta fuerza responsable de la aceleración centrípeta de los cuerpos se le denomina fuerza centrípeta.

En la gráfica siguiente se muestra la fuerza centrípeta en un MCU:

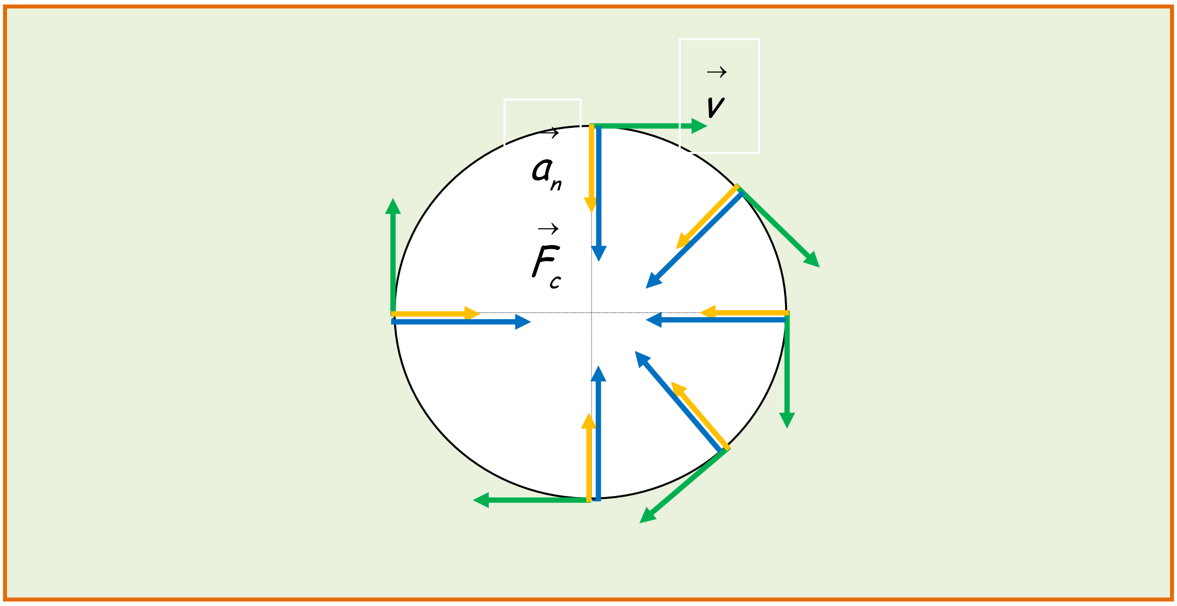


Figura 1.6
Vectores velocidad lineal, aceleración normal y fuerza centrípeta en un MCU

COMENTARIOS:

1º.- La fuerza centrípeta es sólo un nombre, no es una fuerza más que añadir al movimiento.

2º.- La fuerza centrípeta puede ser de muy diferente naturaleza: gravitatoria, eléctrica, de rozamiento, tensión, etc.

3º.- El módulo de la fuerza centrípeta, aplicando la 2ª Ley de Newton es:

$$\vec{F}_c = m.\vec{a}_c \quad \Rightarrow \quad \boxed{F_c = m.a_c = m.\frac{v^2}{R}}$$

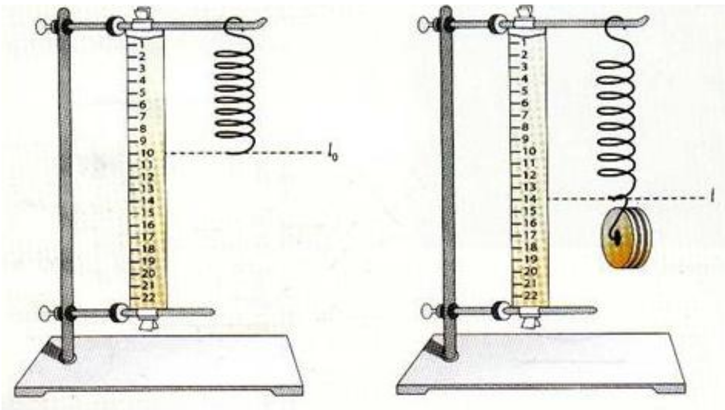
<u>Ejemplo 26º</u>

Un automóvil de 1500 Kg toma una curva de 200 m de radio a una velocidad de 90 Km/h. Calcula la fuerza centrípeta que hace posible esto. *SOLUC: 4687,5 N*

6. EFECTO DEFORMADOR DE UNA FUERZA EN UN MUELLE: LEY DE HOOKE.

Recordemos que las fuerzas pueden producir dos tipos de efectos en los cuerpos: cambiar su movimiento (producirles aceleraciones) y deformarlos. Hasta ahora hemos estado estudiando el primero de ellos. Veamos ahora el segundo efecto en el caso de los muelles.

Cuando sobre un muelle se aplica una fuerza, el muelle se deforma (se alarga o se encoje), pero ¿qué relación existe entre la intensidad de la fuerza aplicada al muelle y la deformación producida en el muelle? Para averiguarlo podemos colocar un muelle en posición vertical provisto con un índice que se desplaza sobre una regla graduada cuando se van colgando diferentes masas en su extremo, tal como se indica la figura:



Esta experiencia la realizó el físico inglés R. Hooke, quien en 1678 formuló la ley conocida como **LEY DE HOOKE** que dice:

LEY DE HOOKE

La deformación que sufre un muelle es directamente proporcional a la fuerza aplicada

$$\boxed{F_{aplicada} = K\Delta L = K(L - L_0)}$$

$F_{aplicada}$ = Fuerza aplicada al muelle ó fuerza deformadora del muelle (N)

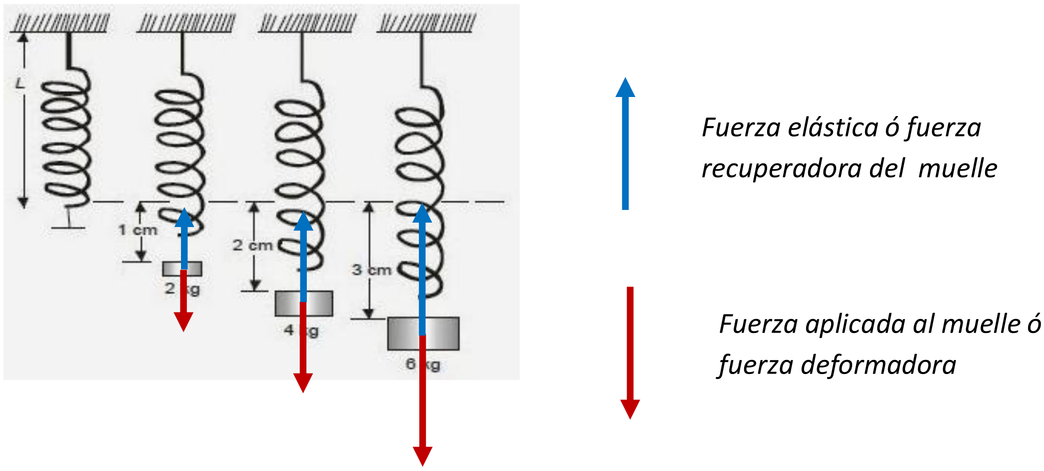
L_0 = Longitud inicial del muelle (m)

L = Longitud del muelle cuando se le aplica la fuerza F (m)

K = Es una constante característica de cada muelle denominada **CONSTANTE ELÁSTICA** (N/m)

COMENTARIOS:

1º.- Cuando el muelle se deforma bajo la acción de la fuerza aplicada, el muelle adquiere una nueva situación de equilibrio. Este equilibrio sólo es posible por la aparición de una fuerza que contrarreste a la fuerza aplicada. Esta fuerza la ejerce el muelle y se denomina fuerza recuperadora o fuerza elástica, y es una fuerza opuesta a la fuerza aplicada o fuerza deformadora (igual módulo, igual dirección pero sentido contrario).



$$\boxed{F_{elástica} = -F_{aplicada} = -K\Delta L}$$

2º.- Si la experiencia se realiza en una solo direccion, la vertical como ocurre en las figuras anteriores, los alargamientos solo se producen en esa dirección y la variación de longitud puede sustituirse por variaciones en el eje de ordenadas (eje y). La ecuación anterior quedaría:

$$\boxed{F_{elástica} = -F_{aplicada} = -K\Delta y}$$

La ecuación anterior es en realidad la ecuación paramétrica del vector fuerza, es decir, su coordenada vertical.

3º.- Lo mismo ocurriría si la deformación se produjera sólo en la horizontal:

$$\boxed{F_{elástica} = -F_{aplicada} = -K\Delta x}$$

4º.- Los muelles tienen unos límites de elasticidad dentro de los cuales se cumple la ley de Hooke. Si se superan estos límites, el muelle no cumple esta ley y su deformación puede llegar a ser permanente.

Ejemplo 27º

Un muelle se alarga 20 cm cuando ejercemos sobre él una fuerza de 24 N. Calcula:

a) El valor de la constante elástica del muelle
b) El alargamiento del muelle al ejercer sobre él una fuerza de 60 N.

SOLUC: A) K= 120 N/m *B)* $\Delta L = 0{,}5m$

Ejemplo 28º

Calcula el alargamiento que sufre un muelle de constante elástica 100 N/m cuando se aplica sobre él una fuerza de 85 N.

SOLUC: $\Delta L = 85 cm$

Ejemplo 29º

Un muelle cuya constante elástica vale 150 N/m tiene una longitud de 35 cm cuando no se aplica ninguna fuerza sobre él. Calcular:

a) La fuerza que debe de ejercerse sobre él para que su longitud sea de 45 cm.
b) La longitud del muelle cuando se aplica una fuerza de 18 N.

SOLUC: A) F = 15 N B) L = 47 cm

Ejemplo 30º

Un muelle se alarga 12 cm cuando colgamos de él una masa de 1,8 Kg. Calcula:

a) La constante elástica del muelle.
b) El alargamiento del muelle al colgar una masa de 4,5 Kg.

SOLUC: A) K= 147 N/m B) $\Delta L = 0{,}3 m$

Ejemplo 31º

Un muelle de longitud inicial 25 cm adquiere una longitud de 45 cm cuando colgamos de él una masa de 2,2 Kg. Calcular:

a) La constante elástica del muelle.
b) La longitud del muelle cuando colguemos una masa de 2,75 Kg.

SOLUC: A) K= 107,8 N/m B) L = 50 cm

Ejemplo 32º

La longitud de un muelle es de 32 cm cuando aplicamos una fuerza de 1,2 N, y de 40 cm cuando la fuerza aplicada es de 1,8 N. Calcular:

a) La longitud del muelle cuando no se aplica ninguna fuerza.
b) La constante elástica del muelle.

SOLUC: B) L = 16 cm B) K= 7,5 N/m

Ejemplo 33º

La longitud de un muelle es de 80 cm cuando aplicamos una fuerza de 0,98 N y aumenta a 90 cm cuando la fuerza aplicada vale 1,40 N. Calcular:

a) La constante elástica del muelle.
b) La longitud del muelle cuando no se aplica ninguna fuerza.

SOLUC: B) K= 4,26 N/m B) L = 0,57 m

7. MOMENTO LINEAL O CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Se **llama momento lineal o cantidad de movimiento** de una partícula de masa m que se mueve con velocidad $\vec{v}$, al producto de la masa de su masa por su velocidad:

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}}$$

COMENTARIOS:

1º.- Es una magnitud vectorial por que se obtiene del producto de un escalar, la masa, por un vector, la velocidad.

2º.- Tiene la misma dirección y sentido que el vector velocidad:

3º.- El módulo de la cantidad de movimiento es el producto de la masa por el módulo de la velocidad:

$$\boxed{|\vec{p}| = m\,|\vec{v}| \quad \text{ó} \quad simplemente \quad p = m.v}$$

4º.- En el sistema internacional de unidades se mide en kg.m/s.

<u>Ejemplo 34º</u>

Considera a un cuerpo de 2 Kg que posee un MCU siendo su velocidad de 20 m/s.

a) Dibuja en al menos tres puntos de su trayectoria a los vectores velocidad, aceleración, fuerza centrípeta y cantidad de movimiento o momento lineal.
b) Halla la expresión analítica del vector cantidad de movimiento o momento lineal del cuerpo en los cuatro puntos en que su trayectoria se divide en los cuatro cuadrantes.

<u>Ejemplo 35º</u>

Considera dos vehículos, de 800 Kg y 1 t respectivamente, que parten a su encuentro desde dos ciudades diferentes con velocidades constantes respectivas de 54 y 72 Km/h.

a) Dibuja para cada uno de los vehículos en un punto de la trayectoria a los vectores velocidad y cantidad de movimiento o momento lineal.
b) Halla la expresión analítica de los vectores cantidad de movimiento o momento lineal para cada vehículo.

Ejemplo 36º

Considera a un avión que rueda por la pista porque ha iniciado la operación de despegue. Dibuja en dos puntos diferentes de la pista a los vectores velocidad, aceleración, fuerza resultante y cantidad de movimiento o momento lineal del avión.

Ejemplo 37º

Dibuja los mismos vectores que en el problema anterior pero para cuando el avión en su maniobra de aterrizaje ya ha apoyado su tren de aterrizaje en la pista y está frenando sobre ella.

Ejemplo 38º

La ecuación del movimiento de un cuerpo de 2 Kg es $\vec{r}(t) = (2t^2+1)\,\vec{i} + 3t)\,\vec{j}$ donde todo se mide en unidades del Sistema Internacional. Calcular:

i) El vector de posición para t=1 s.
j) El vector desplazamiento entre los instantes t=1 s y t=3 s.
k) La velocidad media entre los instantes t=1 s y t=3 s.
l) La velocidad instantánea y la cantidad de movimiento o momento lineal instantáneo.
m) La velocidad y la cantidad de movimiento a los 5 s.
n) La velocidad y la cantidad de movimiento inicial.
o) La aceleración media entre los instantes t=2 s y t=4 s.
p) La aceleración instantánea.

SOLUC: **a)** $\vec{r}(t=1s) = 3\,\vec{i} + 3\,\vec{j}\ m$ **b)** $\Delta\vec{r} = 16\,\vec{i} + 6\,\vec{j}\ m$ **c)** $\vec{v}_m = 8\,\vec{i} + 3\,\vec{j}\ m/s$

d) $\vec{v}(t) = 4t\,\vec{i} + 3\,\vec{j}\ m/s$ $\vec{p}(t) = 8t\,\vec{i} + 6\,\vec{j}\ Kg.m/s$

e) $\vec{v}(t=5s) = 20\,\vec{i} + 3\,\vec{j}\ m/s$ $\vec{p}(t=5s) = 40\,\vec{i} + 6\,\vec{j}\ Kg.m/s$

f) $\vec{v}_0 = 3\,\vec{j}\ m/s$ $\vec{p}_0 = 6\,\vec{j}\ Kg.m/s$ **g)** $\vec{a}_m = 4\,\vec{i}\ m/s^2$ **h)** $\vec{a}(t) = 4\,\vec{i}\ m/s^2$

8. IMPULSO DE UNA FUERZA

El efecto de una fuerza no sólo depende del valor de esta, también depende del tiempo durante el que actúa la fuerza.

Llamamos **impulso de una fuerza** al producto de la fuerza por el tiempo durante el cual actúa. Simbólicamente:

$$\vec{I} = \vec{F}.\Delta t$$

De la definición del impulso de una fuerza podemos deducir los siguientes comentarios:

1º.- Es una magnitud vectorial pues se define mediante el producto de una magnitud escalar, el tiempo, por una magnitud vectorial, la fuerza.

2º.- El impulso tiene la misma dirección y sentido que la fuerza.

3º.- El módulo del impulso es igual al módulo de la fuerza multiplicada por el tiempo que actúa.

4º.- En el SI de unidades el impulso se mide en N.s que es la misma unidad que la de la cantidad de movimiento o momento lineal:

$$N.s = Kg\ .\ m\ .\ s^{-2}\ .\ s = Kg\ .\ m\ .\ s^{-1} = Kg\ .\ m\ /\ s$$

9. RELACIÓN ENTRE EL IMPULSO DE UNA FUERZA Y LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

La relación entre ambas magnitudes físicas la podemos obtener a partir de la segunda Ley de Newton:

$$\vec{F}_{RTE.} = m.\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_{RTE.} = m.\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}.\Delta t = m.\Delta \vec{v} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}.\Delta t = m.(\vec{v} - \vec{v}_0) = m.\vec{v} - m.\vec{v}_0 = \Delta \vec{p}$$

$$\boxed{\vec{I} = \vec{F}.\Delta t = \Delta \vec{p}}$$

El impulso de la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo coincide con la variación de la cantidad de movimiento de dicho cuerpo.

<u>Ejemplo 39º</u>

Un jugador de tenis golpea con su raqueta una pelota de 125 g que le llega con una velocidad de 12 m/s, y la devuelve en la misma dirección y sentido contrario a 20 m/s. Si la fuerza aplicada por el jugador fue de 400 N, calcula el tiempo de contacto entre la pelota y la raqueta.

10. PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DEL MOMENTO LINEAL O CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Los principios de conservación son leyes fundamentales de la Física que expresan propiedades esenciales de la naturaleza. En la Dinámica los tres principios de conservación más importantes son tres: el principio de conservación del momento lineal o cantidad de movimiento, el del momento angular o momento cinético y el de la energía mecánica. En esta pregunta veremos el primero de ellos y en el tema siguiente el tercero (el segundo se aplica a los sistemas en rotación).

El principio de conservación del momento lineal o cantidad de movimiento dice:

“***Si la resultante de las fuerzas externas que actúan sobre un sistema es nula, entonces la cantidad de movimiento o momento lineal del sistema permanece constante, es decir, no varía”***

Simbólicamente:

$$Si\ \sum \vec{F}_{EXT.} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta\vec{p} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{p} = cte. \quad \Rightarrow \quad \vec{p}_{inicial} = \vec{p}_{final}$$

En fenómenos como choques, explosiones, motores a reacción o en los disparos con armas de fuego se conserva el momento lineal del sistema, pues la resultante de las fuerzas exteriores son nulas o son muy débiles frente a la intensidad de las fuerzas internas que aparecen en los fenómenos enumerados anteriormente.

La conservación de la cantidad de movimiento tiene importantes aplicaciones tecnológicas: Por ejemplo, un cohete avanza gracias a la expulsión de gases en sentido contrario. Esto mismo sucede en los aviones a reacción y algunos automóviles.

En la naturaleza también encontramos ejemplos: algunos animales como el calamar, se impulsan lanzando un chorro de agua en sentido contrario.

Para la realización de ejercicios de aplicación de este principio es conveniente que sigas los siguientes pasos:

1º.- Identificar el cuerpo o cuerpos que forman el sistema.

2º.- Asegurarte que la resultante de las fuerzas exteriores que actúan sobre el sistema es nula o despreciable.

3º.- Elegir el mismo sistema de referencia para la situación inicial y final.

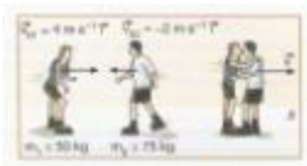
4º.- Hacer un buen esquema de la situación inicial y final.

5º.- igualar el momento lineal inicial y el final del sistema teniendo en cuenta que son vectores.

6º.- Despejar y calcular el dato desconocido.

Ejemplo 40º

Dos patinadores de 50 y 70 Kg se mueven en la misma dirección y en sentido contrario con velocidades respectivas de 4 y 2 m/s. De pronto chocan y, a consecuencia del susto, quedan abrazados. Calcula la velocidad con la que se moverán los dos patinadores después del choque.



SOLUC: $\vec{v} = 0,4\,\vec{i}\ m/s$

Ejemplo 41º

Una canica que tiene una masa de 8 g y lleva una velocidad de 4 m/s, golpea frontalmente a una bola de madera que tiene una masa de 200 g y que inicialmente está parada. Si como consecuencia del choque la canica sale rebotada con una velocidad de 2 m/s, calcula la velocidad con la que comenzará a moverse la bola de madera después del impacto.

SOLUC: Suponiendo que la canica se movía inicialmente hacia la derecha $\vec{v}_{bola} = 0,24\,\vec{i}\ m/s$

Ejemplo 41º

Calcula la velocidad de retroceso de un arma de fuego de 1,2 Kg de masa que dispara un proyectil de 24 g a una velocidad de 50 m/s.

SOLUC: Suponiendo que el arma realiza el disparo horizontalmente y hacia la derecha $\vec{v}_{retroceso} = -10\,\vec{i}\ m/s$

11. LA LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

La Ley de gravitación universal se refiere a la fuerza de atracción que se ejercen dos cuerpos entre sí por el solo hecho de tener masa.

Isaac Newton propone, en el s. XVII, su **ley de gravitación universal**, con la que describe la interacción gravitatoria entre dos masas puntuales. El enunciado de dicha ley puede resumirse así:

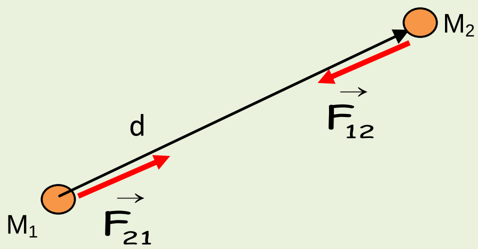
“La fuerza con la que se atraen dos masa puntuales (M_1 y M_2) separadas por una distancia d es directamente proporcional al producto de los valores de dichas masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa”

$$\boxed{F = G\frac{M_1 . M_2}{d^2}}$$ (módulo del vector fuerza) [5.1]

Donde:

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻² es la llamada constante de gravitación universal

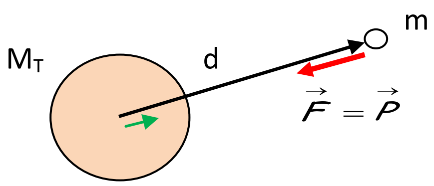
d es la distancia que separa a las dos masas que interaccionan



Junto a las características anteriores, podemos hacer las siguientes <u>observaciones</u> con respecto a la fuerza gravitatoria:

1. Es una fuerza de atracción.
2. La fuerza gravitatoria es una fuerza de largo alcance porque se manifiesta tanto a cortas distancias como a largas distancias (pensemos en las interacciones entre los cuerpos celestes).
3. La fuerza gravitatoria no es una fuerza de contacto.
4. G es una constante universal, es decir, su valor no depende del medio en el que se encuentren las masas que interaccionan y, por tanto, la atracción gravitatoria entre dos masas también es independiente del medio en el que se encuentren.
5. Debido al pequeño valor de G la fuerza de atracción gravitatoria entre dos masas sólo es apreciable en el caso en que al menos una de las dos masas sea de valor elevado.
6. Si una de las masas es la tierra, entonces la fuerza de atracción gravitatoria que ejerce la tierra sobre una masa m cualquiera sería:

$$\boxed{F = G\frac{M_T . m}{d^2} = G\frac{M_T . m}{(R_T + h)^2}}$$ Donde $d = R_T + h$ [5.2]



A esta fuerza es a la que llamamos peso de la masa m:

$$\vec{P} = m.\vec{g} \qquad P = m.g$$

Y podemos identificar al vector aceleración de la gravedad terrestre g

$$\boxed{g = G\frac{M_T}{d^2} = G\frac{M_T}{(R_T + h)^2}} \qquad [5.3]$$

Ejemplo 42º

Calcula la fuerza de atracción gravitatoria entre dos personas de 70 Kg de masa cada una que están separadas 1 m. Comenta el resultado obtenido.

Ejemplo 43º

Calcula la fuerza de atracción gravitatoria entre dos cuerpos de 30 Kg cada uno separados 20 cm.

SOLUC: *$1{,}5.10^{-6}$ N*

Ejemplo 44º

Calcula la fuerza de atracción gravitatoria entre la tierra y la luna.
DATOS: $M_T = 5{,}98.10^{24}$ Kg $M_L = 7{,}47.10^{22}$ Kg Distancia media Tierra–Luna = 384.000 Km

SOLUC: *$2{,}02.10^{20}$ N*

Ejemplo 45º

Dos cuerpos de la misma masa se atraen con una fuerza de 10^{-9} N cuando están separados una distancia de 2 m. Calcula la masa de cada uno de los cuerpos.

SOLUC: *7,7 Kg*

Ejemplo 46º

Halla la masa de cierto planeta sabiendo que un cuerpo de 70 Kg es atraído con una fuerza de 315 N cuando está a una distancia de 5000 Km de su centro.

SOLUC: *$1{,}69.10^{24}$ Kg*

Ejemplo 47º

Calcula a qué distancia hemos de colocar a dos cuerpos de 80 y 120 Kg para que la fuerza de atracción gravitatoria entre ellos sea de $6{,}4.10^{-9}$ N.

SOLUC: *10 m*

Ejemplo 48º

La masa de un cuerpo A es mayor que la masa de un cuerpo B. Di si el módulo de la fuerza gravitatoria ejercida por el cuerpo A sobre el B es mayor, menor o igual que el módulo de la fuerza que el cuerpo B ejerce sobre el A. Justifica tu respuesta.

Ejemplo 49º

Calcula el valor de la aceleración de la gravedad terrestre en los siguientes puntos:

a) Su superficie.
b) A 5000 Km de altura.
c) A 20.000 Km de su centro.
d) En el punto medio del segmento que une los centros de la tierra y la luna.

DATOS: $M_T = 5{,}98.10^{24}$ Kg $R_T = 6400$ Km Distancia media Tierra–Luna = 384.000 Km

SOLUC: *a) 9,8 m/s² b) 3,07 m/s² c) 0,997 m/s² d) 0,011 m/s²*

Ejemplo 50º

Calcula el peso que tendría un alumno de 50 Kg en cada uno de los puntos del ejercicio anterior.

SOLUC: *a) 490 N b) 153,5 N c) 49,85 N d) 0,55 N*

Ejemplo 51º

A qué altura de la superficie terrestre la aceleración de la gravedad:

a) Vale la mitad de lo que vale en su superficie.
b) Disminuye un 20 % de lo que vale en su superficie.
c) Disminuye al 20 % de lo que vale en su superficie.

DATOS: $M_T = 5{,}98.10^{24}$ Kg $R_T = 6400$ Km Gravedad en la superficie terrestre = 9,8 m/s^2

SOLUC: *a) A 2622,3 Km de altura b) A 732,7 Km de altura c) A 7865,5 Km de altura*

Ejemplo 52º

La masa de la luna es de $7{,}47.10^{22}$ Kg y su radio medio es de unos 1740 Km.

a) Calcula el valor de la aceleración de la gravedad en la superficie de la luna.
b) Calcula el peso de un alumno de 60 Kg en la superficie de la luna.

SOLUC: *a) 1,65 m/s² b) 99 N*

12. LA LEY DE COULOMB

Recordemos de cursos anteriores que la materia está formada por átomos, los cuales poseen unas partículas cargadas denominadas protones y electrones. Además a los átomos se les puede ionizar quitándoles electrones (cationes) o añadiéndoles electrones (aniones)

Debemos recordar también que hay dos tipos de cargas

- **Positivas:** como es el caso de los protones y cationes.
- **Negativas:** como es el caso de los electrones y aniones.

Algunas propiedades importantes de la carga eléctrica son:

1. La carga eléctrica es una magnitud física cuya unidad en el S.I. es el culombio (C), en honor al científico francés Charles Coulomb (1736-1806).
2. Las cargas del mismo signo se repelen y las cargas de signo contrario se atraen.
3. La carga se conserva: en la electrización no se crea carga, solamente se transmite de unos cuerpos a otros, de forma que la carga total permanece constante (**principio de conservación de la carga eléctrica**).
4. La carga está **cuantizada**: se presenta como un múltiplo entero (N) de la carga
5. elemental (e) que es la carga más pequeña que puede presentarse libremente en la naturaleza. Esta carga es la del electrón, siendo su valor $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C. Así, el valor de la carga eléctrica de cualquier cuerpo electrizado será $Q = \pm N\cdot e$.
6. La electrización de un cuerpo consiste en que éste pierda o gane electrones quedando cargado positivamente (catión) o negativamente (anión).

Ley de Coulomb

La ley de Coulomb se refiere a la fuerza de interacción entre cuerpos cargados y establece las características que presenta la interacción entre cargas puntuales:

"La fuerza con que se atraen o se repelen dos cuerpos cargados (Q_1 y Q_2) es directamente proporcional al producto de dichas cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa".

$$\boxed{F = K\frac{|Q_1|.|Q_2|}{d^2}}$$ módulo del vector fuerza electrostática [5.4]

Donde:

K es la llamada constante eléctrica.

d es la distancia que separa a las dos cargas que interaccionan

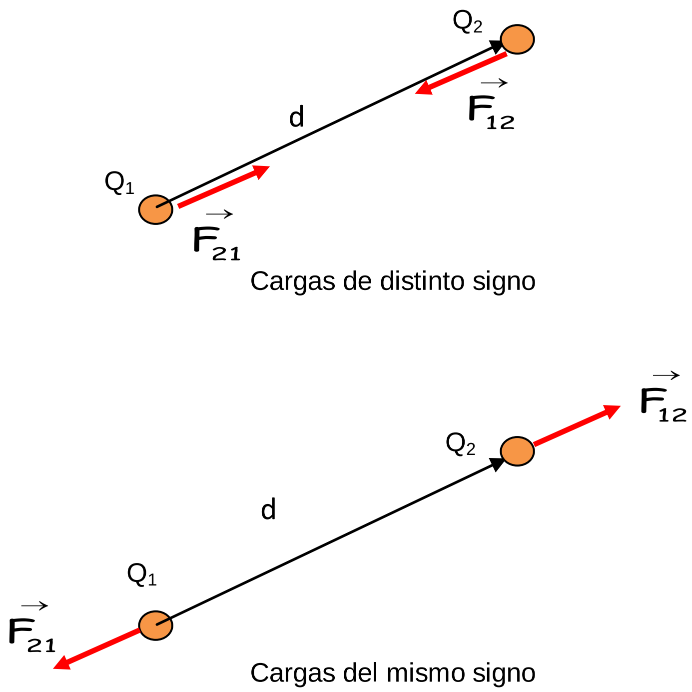


Figura 5.3

A partir de estas características, deducimos las siguientes **consecuencias**:

1. La fuerza de interacción eléctrica puede ser de atracción (cargas de distinto signo), o de repulsión (cargas del mismo signo).
2. Es una fuerza de largo alcance.
3. El valor de la constante eléctrica K no es una constante universal puesto que su valor depende del medio interpuesto entre las cargas que interaccionan. Por tanto la interacción eléctrica entre dos cargas sí depende del medio en el que se encuentran dichas cargas.
4. La constante eléctrica es máxima en el vacío y vale aproximadamente:
$$K(\text{vacío}) = K_0 = 9\cdot 10^9\ N\ m^2\ C^{-2}$$
Por tanto la interacción eléctrica entre dos cargas es máxima cuando estas están en el vacío, y disminuye cuando se encuentran en un medio material.
5. La ley de Coulomb solamente es válida para cargas puntuales y para cuerpos finitos de forma esférica que estén alejados, es decir, cuando el radio de las esferas es despreciable frente a la distancia entre sus centros.

Ejemplo 53º

En el átomo de hidrógeno la distancia media entre el protón del núcleo y el electrón de la corteza es de 5.10^{-11} m.

a) Halla la fuerza de atracción eléctrica entre estas dos partículas.
b) Halla la fuerza de atracción gravitatoria entre las dos partículas.
c) Compara a ambas fuerzas y di a qué conclusión podemos llegar.

DATOS: Carga del electrón = - $1{,}6.10^{-19}$ C   Carga del protón = $1{,}6.10^{-19}$ C
Masa del electrón = $9{,}11.10^{-31}$ Kg   Masa del protón = $1{,}67.10^{-27}$ Kg

SOLUC: *a) $9{,}2.10^{-8}$ N b) $4{,}06.10^{-47}$ N*

Ejemplo 54º

Dos esferas metálicas están en el vacío separadas 50 cm y tienen una carga de 12 µC y 64 µC cada una (1µC = 10^{-6} C).

a) Calcula el módulo de la fuerza electrostática que se ejercen.
b) ¿A qué distancia deberíamos colocar las dos esferas para que la fuerza anterior se redujese a la mitad?

SOLUC: *a) 27,6 N b) 70,8 cm*

Ejemplo 55º

Dos cargas puntuales separadas 10 m en el vacío se atraen con una fuerza de $2{,}7.10^{-6}$ N. Si una de las cargas vale 150 nC (1nC = 10^{-9} C) calcula el valor de la otra.

SOLUC: *-200 nC*

Ejemplo 56º

Calcula la fuerza con la que se atraen dos cargas puntuales de 5 µC y – 3 µC que están en el vacío separadas 30 cm.

SOLUC: *1,5 N*

Ejemplo 57º

Determina a qué distancia debemos colocar dos cargas eléctricas de 2 μC y 7 μC para que la fuerza de repulsión entre ellas sea de 1 N.

SOLUC: *0,35 m*

Ejemplo 58º

Dos cargas iguales se repelen con una fuerza de 3,6 N cuando están separadas una distancia de 10 cm en el vacío. Calcula el valor de cada carga.

SOLUC: *± 2 μC*

Ejemplo 59º

Calcula la fuerza con la que se atraen dos cargas puntuales de 5 μC y – 3 μC que están en el vacío separadas 30 cm.

SOLUC: *1,5 N*

CIENCIA Y SOCIEDAD: LA TRIBOLOGÍA

La ausencia de fricción entre materiales no es sólo una situación ideal que nos facilita la resolución de los problemas de Dinámica. En realidad sería la solución idónea para todos los mecanismos que involucran movimiento y fricción, con el consiguiente desgaste del material con el paso del tiempo.

La **Tribología** se define como la ciencia y tecnología de la interacción entre superficies en movimiento relativo e involucra el estudio de la fricción, el desgaste y lubricación.

Aún hoy día es frecuente lubricar las superficies o los engranajes de los motores con aceites especiales. Incluso a veces en la cocina, el empleo de aceite tiene como finalidad principal evitar que los alimentos se peguen a la sartén o a la cacerola. Aunque, muy probablemente, la de tu casa estará poblada de sartenes "antiadherentes" que se publicitan como la solución para cocinar sin aceite.

Uno de los principales recubrimientos antiadherentes es el **teflón** (nombre registrado por la firma DuPont y que corresponde al compuesto politetrafluoroetileno (PTFE). Fue descubierto en 1938, en los albores de La II Guerra Mundial, por R. Plunket, dónde dsempeñó un importante papel como material sellante en el proyecto Manhatan, hasta ser parte del screto militar. Sin embargo, acabada la guerra, comenzó a comercializarse y en la actualidad es uno de los principales materiales para el recubrimiento antiadherente, por ejemplo, de nuestras sartenes de cocina. Su coeficiente de fricción estático es de aproximadamente 0,04.

En muchas ocasiones, sin embargo, es necesario combinar la ausencia de fricción con la dureza del material, con el objetivo de incrementar su resistencia al desgaste debido al uso. Las investigaciones en este campo han permitido desarrollar nuevos materiales que combinan dureza y antiadherencia.

Uno de ellos es el DLC (*Amorphous Diamond-Like Carbon*), de propiedades estructurales y de dureza similares al diamante. Un simple recubrimiento de dos micras de espesor de este material sobre acero inoxidable aumenta la vida media del mismo frente al desgaste abrasivo desde una semana (sin recubrimiento) hasta 85 años. Hoy en día se emplea para recubrir las piezas de relojería de una prestigiosa marca de relojes, lo que hace innecesario lubricar y limpiar periódicamente la maquinaria de los mismos.

El material con menor coeficiente de fricción entre sólidos, conocido hasta el momento, es el NFC (*Nearly-Frictionless Carbon*), desarrollado a finales del siglo XX en el laboratorio Argonne. Su coeficiente de fricción es de sólo 0,001. Además presenta una gran dureza y gran versatilidad de métodos de deposición en superficies.

Actividad 1ª

¿Qué material fue considerado como secreto militar durante cierto tiempo? ¿Por qué razones?

Actividad 2ª

¿Por qué hoy en día se investiga fundamentalmente en compuestos basados en el carbono?

Actividad 3ª

a) ¿Cuál es el material de menor coeficiente de rozamiento desarrollado hasta el momento?
b) ¿Qué distancia recorrería un cuerpo hasta detenerse en una superficie de dicho material si, lanzado con la misma velocidad, en una superficie de teflón recorre 2 m?

Actividad 4ª

NAVEGANDO POR LA WEB

LAS MÁQUINAS SIMPLES

Prepara un resumen con ilustraciones sobre las máquinas simples, su funcionamiento y sus aplicaciones en la actualidad.

CUESTIONES

Cuestión 1ª

Haciendo uso de uno de los comentarios del Principio Fundamental de la Dinámica, razona porqué cuando se suelta un bolígrafo es este el que cae a la tierra y no es la tierra la que asciende al bolígrafo.

Cuestión 2ª

Explica razonadamente si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

a) Si un cuerpo se mueve es porque está sometido a una fuerza.
b) Para que un cuerpo en reposo adquiera movimiento es necesario aplicar una fuerza.
c) Si un cuerpo se mueve con MCU, ¿podemos afirmar que la suma de todas las fuerzas que actúan sobre él vale cero?
d) Razona si permanece constante la cantidad de movimiento de una partícula que describe un MCU.

Cuestión 3ª

La relación entre las masas de dos cuerpos diferentes es $m_1 = 2m_2$. Si aplicamos la misma fuerza a ambos, ¿cuál es la relación entre sus aceleraciones?

Cuestión 4ª

Calcula la fuerza de atracción gravitatoria entre un adulto de 70 Kg y un adolescente de 40 Kg que están separados 50 cm. ¿Cuál de las dos fuerzas es mayor? ¿Producirán esas fuerzas el mismo efecto sobre el adulto que sobre el adolescente?

Cuestión 5ª

Dos cuerpos de diferente masa (M y m), pero de la misma naturaleza, se dejan deslizar, desde la misma altura, por un plano inclinado de ángulo de inclinación α. Suponiendo que no existe rozamiento entre los cuerpos y el plano, responde razonadamente a las siguientes cuestiones:

a) ¿Cuál de ellos desciende con mayor aceleración?
b) ¿Cuál de ellos llega antes a la base del plano?
c) ¿Cuál de ellos llega antes a la base del plano con mayor velocidad a la base del plano?

Cuestión 6ª

Responde a los mismos apartados de la cuestión anterior, pero con rozamiento entre los cuerpos y el plano.

Cuestión 7ª

Encuentra el error que hay en el siguiente razonamiento:

"*Un caballo tira de un carro con una fuerza. De acuerdo con el Tercer Principio de la Dinámica, el carro tirará del caballo con una fuerza de igual módulo y dirección, pero de sentido contrario; así pues, la suma de ambas fuerzas da una fuerza resultante nula y el caballo nunca podrá acelerar el carro".*

Cuestión 8ª

Se observa que un cuerpo desliza con velocidad constante por un plano inclinado. Basándote en el primer principio de la Dinámica razona si hay o no rozamiento entre el cuerpo y la superficie.

Cuestión 9ª

Un cuerpo de masa m se lanza hacia arriba, desde la base de un plano inclinado sin rozamiento, con una velocidad inicial v_0 Comprueba que la aceleración con la que asciende el cuerpo no depende de su masa.

Cuestión 10ª

Un cuerpo de masa m se lanza hacia arriba, desde la base de un plano inclinado con rozamiento, con una velocidad inicial v_0 Comprueba que la aceleración con la que asciende el cuerpo no depende de su masa.

Cuestión 11ª

¿Qué factores influyen en el valor de la gravedad sobre la superficie de la tierra? ¿En qué unidades se mide la gravedad?

Cuestión 12ª

Razona y calcula cuáles serían tu masa y tu peso en la superficie de la Luna. (Datos: $M_L = 7{,}2.10^{22}$ kg $R_L = 1700$ km)

Cuestión 13ª

En realidad la superficie de la tierra no es una esfera perfecta: hay montañas y simas; y además está algo achatada en los polos. ¿Dónde pesa más un cuerpo?

a) En la cima de una montaña o a nivel del mar. Razona la respuesta.
b) En el Ecuador o en los polos. Razona la respuesta.

PROBLEMAS

Problema 1º

Sobre un cuerpo actúan las siguiente fuerzas: $\vec{F}_1$ de 400 N, dirigida hacia el sur, y $\vec{F}_2$ de 200 N dirigida hacia el sur, y $\vec{F}_3$ de 400 N dirigida hacia el suroeste formando un ángulo de 30º con la dirección sur.

a) Dibuja el diagrama de fuerzas, y calcula el módulo, dirección y sentido de la fuerza resultante.

b) ¿Cuál debería ser el módulo, la dirección y el sentido de una cuarta fuerza $\vec{F}_4$, para que la resultante de las cuatro fuerzas fuese nula?

SOLUC: a) $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 200\,\vec{i} - 546{,}4\,\vec{j}\ N$ b) $\vec{F}_4 = -200\,\vec{i} + 546{,}4\,\vec{j}\ N$

Problema 2º

Empujamos un piano de 150 Kg, que está en reposo, con una fuerza horizontal de 300 N. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento estático entre las patas del piano y el suelo es de 0,2, razona si se moverá o no el piano.

Problema 3º

Desde la base de un plano inclinado de 30º, con rozamiento, se lanza a un cuerpo con una velocidad inicial de 2 m/s, y se observa que asciende hasta una altura de 2 m. Calcula:

a) La aceleración de ascenso.
b) El coeficiente de rozamiento dinámico entre el cuerpo y la superfuicie.

SOLUC: $a = -5{,}92\ m/s^2$ $\mu = 0{,}12$

Problema 4º

Se realiza la siguiente experiencia: Se deposita un cuerpo de masa desconocida sobre un plano inclinado de 30º a una altura de 1,5 m y se observa que tarda 1,4 s en llegar a la base del plano. Razona si existe o no rozamiento entre el cuerpo y el plano.

Problema 5º

Aplicamos horizontalmente una fuerza $\vec{F}$ a un mueble de 60 Kg. de masa, que está en reposo sobre una superficie horizontal con rozamiento siendo los coeficientes de rozamiento: $\mu_e = 0.4$ y $\mu_c = 0.3$.

Determina si se moverá o permanecerá en reposo y calcula la fuerza de rozamiento que está actuando en cada uno de los siguientes casos:

A) $\vec{F} = 200$ N B) $\vec{F} = 250$ N

SOLUC: A) no se mueve; $F_{roz} = 200$ N B) si se mueve; $F_{roz} = 176{,}4$ N

Problema 6º

Se desea subir un cuerpo de 5 Kg. por un plano inclinado 30º con respecto a la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento cinético es 0,4, calcula:

a) La fuerza paralela al plano que tenemos que aplicarle para que suba con una aceleración de 0,5 m/s^2.
b) La altura alcanzada por el cuerpo a los 2 s suponiendo que partió del reposo.

SOLUC: A) 44,05 N B) 0,5 m

Problema 7º

Un cuerpo de 6 Kg. de masa resbala sobre una mesa horizontal, (cuyo coeficiente de rozamiento es 0,25), resbala por la acción de una cuerda a la que está unido, esta cuerda pasa por la garganta de una polea a otro cuerpo de 4 Kg. que cuelga. Calcular:

a) la aceleración con que resbala la masa que está sobre la mesa.
b) La tensión de la cuerda en cada uno de los extremos de la cuerda.

SOLUC: A) 2,45 m/s^2 B) 29,4 N

Problema 8º

Se deja caer un cuerpo de 20 Kg. por un plano inclinado 30º con respecto a la horizontal desde 2 m de altura, siendo el coeficiente de rozamiento dinámico entre el cuerpo y el plano es μ_d = 0,4. Calcular:

a) Calcula la aceleración con que desciende.
b) La velocidad con la que llega a la base del plano.

SOLUC: A) 1,5 m/s^2 B) 3,46 m/s

Problema 9º

Aplicamos una fuerza $\vec{F}$ de 200 N a un mueble de 60 Kg. de masa, que está en reposo sobre una superficie horizontal con rozamiento siendo los coeficientes de rozamiento: μ_e = 0.2 y μ_c = 0.15. La fuerza forma un ángulo de 20º con la horizontal. Razona si el mueble se moverá o permanecerá en reposo y calcula la fuerza de rozamiento que está actuando.

SOLUC: Sí; F_{roz} = 78 N

Problema 10º

Dos masas de la misma naturaleza m_1 = 4 Kg. y m_2 = 6 Kg. se encuentran unidas por una cuerda de masa despreciable e inextensible, apoyados sobre una superficie horizontal. Del cuerpo de la derecha se tira con una fuerza horizontal $\vec{F}$ de 30 N. Calcula la aceleración con la que se mueve el sistema y la tensión de la cuerda si:

a) no hay rozamiento.
b) el coeficiente de rozamiento de cada cuerpo con la superficie vale 0,2.

SOLUC: a) a = 3 m/s^2 T = 12 N b) a = 1,04 m/s^2 T = 12 N

Problema 11º

Una fuerza de 150 N actúa durante 1 s sobre un cuerpo de 6 Kg., inicialmente en reposo. Calcula:

a) El impulso de la fuerza.
b) La velocidad final del cuerpo.

SOLUC: a) 150 N.s (Kg. m/s) b) 25 m/s

Problema 12º

Una bola de 225 g se mueve horizontalmente hacia la derecha a 10 m/s con otra bola de 0,175 k.o. que está en reposo. Calcula la velocidad de la primera bola después del choque si la segunda sale con una velocidad de 9 m/s en la dirección y sentido de la primera.

SOLUC: a) $\vec{v} = 3\,\vec{i}\ m/s$

Problema 13º

Calcula la velocidad de retroceso de una escopeta de feria de 1,5 k.o. que dispara un proyectil de10 g a una velocidad de 225 m/s.

SOLUC: 1,5 m/s en sentido contrario al movimiento del proyectil

Problema 14º

Un cuerpo de 15 kg. se deja caer por un plano inclinado de 60º respeto a la horizontal, desde una altura de 2 m. Hallar:

A) La aceleración de descenso si no hay rozamiento entre el cuerpo y el plano.

B) El tiempo que tarda el cuerpo en llegar a la base del plano y la velocidad que tendrá en ese momento si partió del reposo.

SOLUC: A) a = 8,5 m/s^2 B) 0,73 s y 6,2 m/s

Problema 15º

Repite el problema anterior suponiendo que si hay rozamiento entre el cuerpo y el plano (μ_c = 0,5)

SOLUC: A) a = 6 m/s^2 B) 0,87 s y 5,22 m/s

Problema 16º

Un cuerpo baja a velocidad constante por un plano inclinado de 31º.

A) ¿Existe rozamiento entre el cuerpo y el plano? ¿Por qué?

B) Calcula el coeficiente de rozamiento.

SOLUC: A) ¿? B) μ_c = 0,6

Problema 17º

Dos patinadores de 50 y 75 kg se mueven en la misma dirección y en sentido contrario con velocidades respectivas de 4 m/s y 2 m/s. De pronto chocan y a consecuencia del susto quedan abrazados. Calcula la velocidad final de ambos patinadores.

SOLUC: $\vec{v} = 0{,}4\,\vec{i}\ m/s$

Problema 18º

Un cuerpo de 20 Kg. está apoyado en una mesa con rozamiento siendo el coeficiente de rozamiento cinético 0,5. El cuerpo está unido mediante una cuerda que pasa por una polea a otro cuerpo de 12 Kg que cuelga de la mesa. Calcular la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda.

SOLUC: 1,3 m/s^2 22,2 N

Problema 19º

Calcula la fuerza centrípeta necesaria para que un automóvil de 2400 Kg. de masa tome una curva de 25 m de radio a una velocidad de 54 Km/h. ***SOLUC:*** 21600 N

Problema 20º

Se desea subir un cuerpo de 100 kg por un plano inclinado de 45º aplicando una fuerza paralela a dicho plano, siendo el coeficiente de rozamiento cinético 0,4. Calcula:

a) La fuerza de rozamiento.
b) La fuerza que debemos aplicar para que suba con velocidad constante.

SOLUC: a) 277,2 N b) 970,2 N

Problema 21º

Calcula la velocidad de retroceso de un arma de fuego de 1,2 k.o. que dispara un proyectil de 24 g a una velocidad de 500 m/s.

SOLUC: $\vec{v} = -10\,\vec{i}\ m/s$

Problema 22º

Sobre un cuerpo de 40 kg. que inicialmente está en reposo, actúa una fuerza de 80 N durante 6 s. Calcular:

a) El Impulso lineal.
b) La cantidad de movimiento final.
c) La velocidad que adquiere el cuerpo.

SOLUC: a) 480 N.s (Kg.m/s) b) 480 Kg.m/s c) 12 m/s

Problema 23º

Desde la base de un plano inclinado de 30º sin rozamiento se lanza hacia arriba un cuerpo de masa m con una velocidad de 12 m/s. Calcula:

a) La aceleración con la que asciende.
b) El tiempo que está subiendo.
c) El espacio que recorrerá sobre el plano en la subida y la altura a la que llegará.

SOLUC: a) $a = -4{,}9\ m/s^2$ b) t = 2,45 s c) e = 14,7 m h = 7,35 m

Problema 24º

Repite el problema anterior suponiendo que hay rozamiento ($\mu_c = 0{,}25$)

SOLUC: a) $a = -7{,}03\ m/s^2$ b) t = 1,7 s c) e = 10,2 m h = 5,1 m

Problema 25º

Un cuerpo de masa m desciende, partiendo del reposo, por un plano inclinado de 30º sin rozamiento desde una altura de 2 m Calcula:

a) La aceleración de descenso.

b) El tiempo que tardará en llegar a la base del plano y la velocidad con la que lo hará.
c) Si al llegar a la base del plano continúa por el plano horizontal, también sin rozamiento, razona qué movimiento llevará a partir de ese momento y calcula la velocidad que tendrá cuando haya recorrido 6 m sobre el plano horizontal.

SOLUC: a) $a = 4,9\ m/s^2$ b) $t = 1,3\ s$ $v = 6,3\ m/s$ c) MRU (Equilíbrio dinámico) $v = 6,3\ m/s$

Problema 26º

Un cuerpo de masa m desciende, partiendo del reposo, por un plano inclinado de 30º con rozamiento ($\mu_c = 0,2$) desde una altura de 2 m Calcula:

a) La aceleración de descenso.
b) El tiempo que tardará en llegar a la base del plano y la velocidad con la que lo hará.
c) Si al llegar a la base del plano continúa por el plano horizontal, también con el mismo coeficiente de rozamiento, razona qué movimiento llevará a partir de ese momento y calcula que espacio recorrerá el cuerpo sobre el plano horizontal hasta detenerse y el tiempo que estará moviéndose en dicho plano.

SOLUC: a) $a = 3,2\ m/s^2$ b) $t = 1,6\ s$ $v = 5,1\ m/s$ c) MRUA de frenado $e = 6,6\ m$ $t = 2,6\ s$

Problema 27º

Un cuerpo de masa m se lanza con velocidad de 12 m/s por un plano horizontal sin rozamiento. A 4 m de distancia del punto de lanzamiento se encuentra con un plano inclinado de 30º también sin rozamiento,

a) Razona el tipo de movimiento que llevará el cuerpo en el plano horizontal y en el inclinado.
b) Velocidad del cuerpo cuando se encuentre con el plano inclinado
c) Tiempo que estará subiendo y altura máxima que alcanzará en el plano inclinado.

SOLUC: a) MRU y MRUA b) $v = 12\ m/s$ c) $t = 2,45\ s$ $h = 7,35\ m$

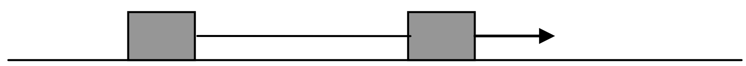
Problema 28º

Repite el problema anterior suponiendo que hay rozamiento en ambos planos y que el coeficiente de rozamiento en ambos vale 0,2.

SOLUC: a) MRUA y MRUA b) $v = 9,2\ m/s$ c) $t = 1,4\ s$ $h = 3,2\ m$

Problema 29º

Dos cuerpos de 4 y 6 kg. están apoyados sobre una superficie horizontal sin rozamiento y unidos mediante una cuerda de masa despreciable e inextensible. Del cuerpo de la derecha se tira con una fuerza F horizontal de 20 N hacia la derecha. Calcular:



a) La aceleración del sistema. b) La tensión de la cuerda.

SOLUC: a) $a = 2\ m/s^2$ b) $T = 8\ N$

Problema 30º

Repite el problema anterior suponiendo que la fuerza F se aplica formando un ángulo de 30º con la horizontal.

SOLUC: A) a = 1,74 m/s^2 B) T = 6,96 N

Problema 31º

Repite el problema nº 27 suponiendo que hay rozamiento siendo $\mu_1 = 0,1$ y $\mu_2 = 0,15$.

SOLUC: A) a = 0,73 m/s^2 B) T = 6,84 N

Problema 32º

Repite el problema nº 28 suponiendo que hay rozamiento siendo $\mu_1 = 0,1$ y $\mu_2 = 0,15$.

SOLUC: A) a = 0,62 m/s^2 B) T = 6,4 N

Problema 33º

Se realiza la siguiente experiencia: Se deja caer un cuerpo desde la azotea de un edificio de 80 m y se observa que tarda en llegar al suelo 5 s. Razona si existe o no rozamiento entre el cuerpo y el aire.

SOLUC: ¿…?

Problema 34º

Calcula el alargamiento que experimenta un muelle de constante elástica 100 N/m cuando se aplica una fuerza de 80 N. ***SOLUC:*** 85 cm.

Problema 35º

Un muelle cuya constante elástica vale 150 N/m tiene una longitud de 35 cm. cuando no se aplica ninguna fuerza. Sobre él. Calcular:

a) La fuerza que debe ejercerse sobre él para que su longitud sea de 45 cm.
b) La longitud del muelle cuando se aplica una fuerza de 63 N.

SOLUC: a) 15 N b) 77 cm

Problema 36º

Un muelle se alarga 12 cm cuando aplicamos sobre ell una fuerza de 18 N. Calcular:

a) El valor de la constante elástica del muelle.
b) El alargamiento del muelle al aplicar sobre él una fuerza de 45 N.

SOLUC: A) 150 N/m B) 30 cm

Problema 37º

La longitud inicial de un muelle es de 25 cm. Si colgamos de él un cuerpo de 2,24 Kg el muelle se alarga hasta medir 45 cm. Hallar:

a) La constante elástica del muelle.
b) La longitud de del muelle cuando colgamos de él un cuerpo de 2,8 Kg.

SOLUC: A) 110 N/m B) 50 cm

Problema 38º

Un tenista recibe una pelota, de 53 g de masa, con una velocidad de 72 Km/h; y la devuelve, en sentido contrario, con una velocidad de 36 Km/h. Calcula el impulso que recibe la pelota y la fuerza media que ejerce la raqueta sobre la pelota si el contacto entre ambas es de una décima de segundo.

SOLUC: Suponiendo que la pelota se movía horizontalmente y que inicialmente lo hacía hacia la izquierda $\vec{I} = 1{,}59\,\vec{i}\ kg.m/s$

$\vec{F} = 15{,}9\,\vec{i}\ N$

Problema 39º

Calcula el peso que tendría un alumno de 70 Kg de masa en los siguientes puntos: en la superficie de la tierra, a 100 Km de altura y a 10.000 Km de altura.

DATOS: G = $6{,}67.10^{-11}$ N.m^2/Kg^2 M_T = $5{,}98.10^{24}$ Kg R_T = 6400 Km

SOLUC: En la superficie 686 N A 100 km 660 N A 10 000 km 103,8 N

Problema 40º

¿A qué altura deberíamos de subir para que la aceleración de la gravedad terrestre valga la mitad de lo que vale en su superficie? Exprésala en Km.

SOLUC: 2622,3 km aprox

Problema 41º

Un coche de 1 tonelada sube con una velocidad constante de 72 Km/h, por una carretera cuya pendiente es del 4%. Si la fuerza de rozamiento es de 4000 N, calcula la fuerza que ejerce el motor. ***SOLUC:*** *4391,6 N*

Problema 42º

Un cuerpo de 4 Kg, inicialmente en reposo, está apoyado en un plano horizontal con rozamiento (μ_c = 0,3). Se aplica sobre el cuerpo una fuerza de 20 N formando un ángulo de 30º. Calcula:

a) La aceleración con la que el cuerpo se mueve.
b) La velocidad del cuerpo cuando haya recorrido 2 m.

SOLUC: *a = 2,16 m/s^2 v = 2,94 m/s*

Problema 43º

Se lanza a un cuerpo de 4 Kg sobre un suelo horizontal rugosa, con una velocidad inicial de 20 m/s, y se observa que el cuerpo desliza sobre el suelo 6 m antes de detenerse.

a) Calcula la aceleración de frenado con la que se movió el cuerpo.
b) Calcula el coeficiente de rozamiento dinámico entre el cuerpo y el suelo.

SOLUC: a) a = -33,3 m/s^2 b) μ = 3,4

Problema 44º

Una pelota de 300 g llega perpendicularmente a la pared de un frontón con una velocidad de 15 m/s y rebota en la misma dirección con 10 m/s. Si la fuerza ejercida por la pared es de 150 N, calcula el tiempo de contacto entre la pelota y la pared.

SOLUC: 0,05 s

Problema 45º

Un patinador de 70 Kg que se mueve a 10 m/s y persigue a otro patinador de 60 Kg que va delante de él a 8 m/s en la misma dirección y sentido que el primero. Si una vez que el primero da alcance al segundo, ambos permanecen unidos, calcula la velocidad con la que se moverán ambos.

SOLUC: 9,08 m/s en la misma dirección y sentido en la que se movían ambos inicialmente

Problema 46º

Un muelle de constante elástica 200 N/m tiene una longitud de 40 cm cuando no se aplica sobre él ninguna fuerza. ¿Qué masa debemos colgar de él para que se alargue hasta medir 45 cm?

SOLUC: m = 1,02 kg

Problema 47º

Dos bolas de la misma masa se mueven horizontalmente a su encuentro tal y como indica la figura. La bola negra lo hace a 10 m/s y la blanca a 12 m/s. Después del choque las bolas rebotan y se mueven en sentido al que llevaban inicialmente (ver figura). Si la negra sale con una velocidad de 8 m/s, ¿cuál será la velocidad de la blanca después del choque?

SOLUC: $\vec{v} = -6\,\vec{i}\ m/s$

Problema 48º

La estación espacial internacional (ISS) se encuentra orbitando alrededor de la tierra a unos 400 Km de su superficie. Calcula cuál sería tu peso si te encontrases en la ISS.

DATOS: $G = 6{,}67.10^{-11}$ N.m^2/Kg^2 $M_T = 5{,}98.10^{24}$ Kg $R_T = 6400$ Km

PROBLEMAS PARA AMPLIAR

Problema 49º

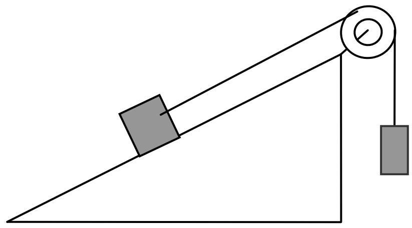
Queremos apoyar un libro de 1,5 Kg sobre una pared vertical sin que deslice ni se caiga.

a) Calcula la fuerza mínima necesaria, perpendicular a la pared, que hay que aplicar para que el libro no deslice (el coeficiente de rozamiento entre el libro y la pared es de 0,2).
b) El coeficiente de rozamiento que has manejado como dato, ¿es el estático o el dinámico?
c) ¿Por qué en el apartado a) hablamos de la fuerza mínima que hay que aplicar?
d) ¿Se podría mantener el libro sin deslizar si no hubiese rozamiento entre este y la pared?

SOLUC: a) 73,5 N

Problema 50º

Un cuerpo de 20 Kg está apoyado en un plano inclinado de 30º siendo el coeficiente de rozamiento cinético 0,3. El cuerpo está unido mediante una cuerda que pasa por una polea a otro cuerpo de 40 Kg. que cuelga, tal y como se indica en la figura:

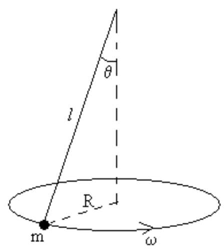


a) Determina Hacia dónde se moverá el sistema y la aceleración con la que lo hará.
b) Calcula la tensión de la cuerda.

SOLUC: a) Se mueve hacia la derecha con a = 4,1 m/s b) 228 N

Problema 51º

El péndulo cónico es un dispositivo formado por un hilo de longitud L y masa despreciable que está sujeto por un extremo a un punto fijo y por el otro extremo cuelga un cuerpo de masa m a la que se hace describir circunferencias en un plano horizontal (ver figura):



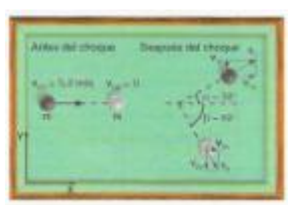
Si la masa del cuerpo es de 250 g y la longitud del hilo de 40 cm y el ángulo que forma el hilo con la vertical es de 30º, calcular:

a) Dibuja las fuerzas que actúan sobre la masa m que gira e identifica la masa responsable de su giro.
b) La tensión del hilo.
c) El radio de la circunferencia descrita por la masa.
d) La velocidad de la masa.

SOLUC: b) T = 2,83 N c) R = 0,2 m d) v = 1,06 m/s

Problema 52º

Una bola de billar choca a una velocidad de 5,2 m/s contra otra bola igual que está parada. Después del choque, la primera se mueve en una dirección que forma 30º con su dirección inicial, y la segunda bola, en una dirección de – 60º con la dirección inicial de la primera. Calcula la velocidad final de ambas bolas.



SOLUC: $\vec{v}_1 = 4{,}5\left(\cos 30^\circ\,\vec{i} + sen 30^\circ\,\vec{j}\right) m/s \qquad \vec{v}_2 = 2{,}6\left(\cos(-60^\circ)\,\vec{i} + sen(-60^\circ)\,\vec{j}\right) m/s$

TEMA 4: TRABAJO Y ENERGÍA. FUERZAS CONSERVATIVAS Y NO CONSERVATIVAS

1. LA ENERGÍA Y SUS FORMAS

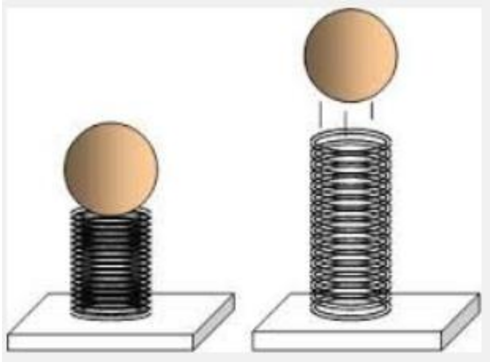
La energía es una magnitud física escalar por la que los cuerpos tienen la capacidad de realizar transformaciones en ellos mismos o en otros cuerpos.

Existen diferentes formas de energía

Energía cinética

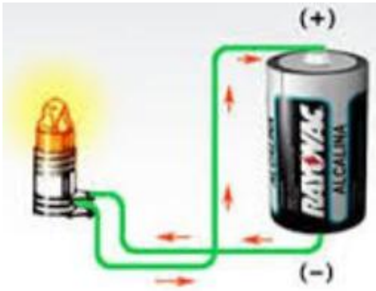
Energía potencial gravitatoria

Energía potencial elástica

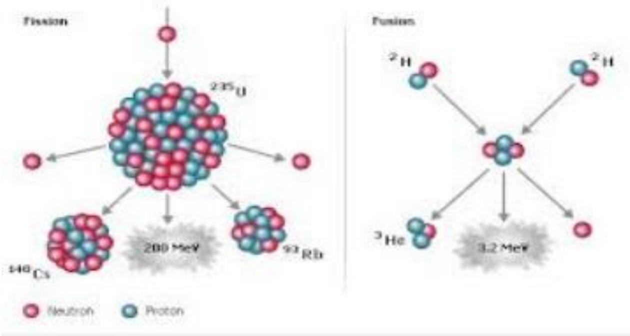


Energía eléctrica

Energía química, eléctrica y luminosa



Energía nuclear



Una de las características fundamentales de la energía es su capacidad de transformación de unas formas a otras.

2. ENERGÍA CINÉTICA

Se denomina **energía cinética** de una partícula a la energía que posee dicha partícula debido a su velocidad.

La energía cinética de una partícula es directamente proporcional a su masa y al cuadrado de su velocidad y se calcula:

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} m.v^2 \quad ó \quad \frac{m.v^2}{2}} \quad [4.1]$$

m es la masa de la partícula y en el SI de unidades se expresa en Kg.

v = $|\vec{v}|$, es decir, el módulo de la velocidad de la partícula en cada instante y en el SI de unidades se expresa en m/s

De la expresión anterior se pueden deducir las siguientes propiedades:

1ª.- La energía cinética es una magnitud física escalar y en el SI de unidades se mide en:

$$\boxed{Kg.\left(\frac{m}{s}\right)^2 = Kg.\frac{m^2}{s^2} = Julio(J)}$$

2ª.- Si una partícula está <u>en reposo</u> respecto a un sistema de referencia entonces su energía cinética, respecto a ese sistema, <u>vale cero</u>.

3ª.- La energía cinética de una partícula que se mueve <u>siempre será una magnitud escalar positiva</u> ya que tanto la masa como el cuadrado de la velocidad lo son.

4ª.- Si una partícula no modifica su masa y se mueve <u>con MRU o MCU</u> respecto a un sistema de referencia, entonces su energía cinética, respecto a ese sistema, <u>permanecerá constante</u> ya que en ambos movimientos el módulo de la velocidad es constante. En cualquier otro movimiento la energía cinética de la partícula no permanecerá constante.

3. ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA

Se denomina **energía potencial gravitatoria** de una partícula a la energía que posee dicha partícula debido a su altura.

La energía potencial gravitatoria de una partícula es directamente proporcional a su masa, a la aceleración de la gravedad y a la altura y se calcula:

$$\boxed{E_p = m.g.h} \quad [4.2]$$

m es la masa de la partícula y en el SI de unidades se expresa en Kg.

g = $|\vec{g}|$, es decir, el módulo de la aceleración de la gravedad (en la superficie de la tierra y en puntos próximos a su superficie vale 9,8 m/s^2)

h es la altura a la que está la partícula en cada instante y en el SI de unidades se expresa en m.

De la expresión anterior se pueden deducir las siguientes propiedades:

1ª.- La energía potencial gravitatoria es una magnitud física escalar y en el SI de unidades se mide en:

$$\boxed{Kg.\frac{m}{s^2}.m = Kg.\frac{m^2}{s^2} = J(Julio)}$$

2ª.- Si una partícula <u>no modifica su masa ni su altura</u> respecto a un sistema de referencia, entonces su energía potencial gravitatoria respecto a ese sistema <u>permanecerá constante</u> (suponiendo que la gravedad no varía).

3ª.- La energía potencial gravitatoria puede ser una <u>magnitud escalar positiva, negativa ó nula</u> dependiendo del sistema de referencia elegido. Será positiva si la partícula se encuentra por encima del sistema de referencia (h > 0), será negativa si la partícula está por debajo (h < 0); ó será nula si se encuentra al mismo nivel (h = 0).

4. ENERGÍA MECÁNICA

Se denomina **energía mecánica** de una partícula a la suma de sus energías cinética y potencial:

$$\boxed{E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}m.v^2 + m.g.h} \quad [4.3]$$

<u>Ejemplo 1º</u>

En un instante dado un pájaro de 200 g vuela a 50 m del suelo con una velocidad de 54 Km/h. Calcula las energías cinética, potencial gravitatoria y mecánica del pájaro en ese momento.

SOLUC: E_c = 22,5 J E_P = 98 J E_m = 120,5 J

Ejemplo 2º

Un cuerpo de 2 Kg se lanza verticalmente hacia arriba, desde el suelo, con una velocidad de 30 m/s. Calcular las energías cinética, potencial gravitatoria y mecánica del cuerpo en las siguientes posiciones:

A) En el momento del lanzamiento
B) En el punto más alto de su trayectoria.

SOLUC: A) E_c = 900 J E_P = 0 J E_m = 900 J B) E_c = 0 J E_P = 900 J E_m = 900 J

Ejemplo 3º

Responde razonadamente y precisando todo lo que puedas a las siguientes cuestiones:

A) Dos cuerpos tienen la misma velocidad pero el primero tiene doble masa que el segundo. ¿Qué se puede afirmar de sus energías cinéticas?
B) Dos cuerpos tienen la misma masa pero el primero tiene doble velocidad que el segundo. ¿Qué se puede afirmar de sus energías cinéticas?
C) Dos cuerpos tienen la misma masa pero el primero tiene triple velocidad que el segundo. ¿Qué se puede afirmar de sus energías cinéticas?
D) Dos cuerpos tienen la misma masa pero el primero está a doble altura que el segundo. ¿Qué se puede afirmar de sus energías potenciales gravitatorias?
E) Dos cuerpos se encuentran a la misma altura pero el primero tiene doble masa que el segundo. ¿Qué se puede afirmar de sus energías potenciales gravitatorias?

Ejemplo 4º

Desde la terraza de un edificio de 60 m se deja caer un cuerpo de 2 Kg. Calcular las energías cinética, potencial gravitatoria y mecánica del cuerpo en las siguientes posiciones:

A) En el momento de soltarlo.
B) En la mitad del recorrido.
C) Cuando se encuentra a 10 m del suelo.
D) Al llegar al suelo.

SOLUC: A) E_c = 0 J E_P = 1176 J E_m = 1176 J B) E_c = 588 J E_P = 588 J E_m = 1176 J

C) E_c = 980 J E_P = 196 J E_m = 1176 J C) E_c = 1176 J E_P = 0 J E_m = 1176 J

Ejemplo 5º

Repite el ejercicio anterior suponiendo que el cuerpo se lanza hacia abajo con una velocidad inicial de 12 m/s.

SOLUC: A) E_c = 144 J E_P = 1176 J E_m = 1320 J B) E_c = 732 J E_P = 588 J E_m = 1320 J

C) E_c = 1124 J E_P = 196 J E_m = 1320 J C) E_c = 1320 J E_P = 0 J E_m = 1320 J

Ejemplo 6º

Un cuerpo de 2 Kg se lanza hacia arriba desde la terraza de un edificio de 100 m con una velocidad inicial de 12 m/s. Calcular las energías cinética, potencial gravitatoria y mecánica del cuerpo en las siguientes posiciones:

A) En el momento de Lanzarlo.
B) En el punto más alto de su trayectoria.
C) Cuando se encuentra a 10 m del suelo.
D) Al llegar al suelo.

SOLUC: A) E_c = 144 J E_P = 1960 J E_m = 2104 J B) E_c = 0 J E_P = 2104 J E_m = 2104 J

C) E_c = 1908 J E_P = 196 J E_m = 2104 J C) E_c = 2104 J E_P = 0 J E_m = 2104 J

Ejemplo 7º

Un bolígrafo de 40 g se encuentra encima de la mesa de 90 cm de altura. Tomando como sistema de referencia la mesa, calcula la energía potencial gravitatoria del bolígrafo en los siguientes casos:

A) Cuando está sobre la mesa.
B) Cuando se encuentre en el suelo.

SOLUC: A) E_p = 0 J B) E_P = - 0,3528 J

Ejemplo 8º

Un portero de fútbol al sacar de portería impulsa el balón con una velocidad de 20 m/s y un ángulo de 45º. Si la masa del balón es de 500 g, calcula:

A) La energía cinética, potencial gravitatoria y mecánica del balón en el momento del lanzamiento.
B) La energía cinética, potencial gravitatoria y mecánica del balón en el punto más alto de su trayectoria.
C) La energía cinética, potencial gravitatoria y mecánica del balón en el momento del impacto con el suelo.

SOLUC: A) E_c = 100 J E_P = 0 J E_m = 100 J B) E_c = 50,4 J E_P = 50,5 J E_m = 100,9 J C) E_c = 100 J E_P = 0 J E_m = 100 J

Ejemplo 9º

Un jugador de baloncesto desea conseguir una canasta. La canasta está situada a 3,05 m de altura. Si el jugador se encuentra 6,25 m del pie de la canasta y lanza con un ángulo de 60º desde 2,20 m de altura, calcular:

A) La velocidad con la que tiene que impulsar el balón para conseguir encestar.
B) La energía cinética, potencial gravitatoria y mecánica del balón en el momento del lanzamiento. La masa del balón es de 400 g.
C) Lo mismo que en B) en el punto más alto de su trayectoria.
D) Lo mismo que en B) en el momento de encestar.

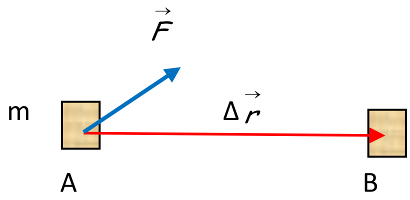
SOLUC: A) v_0 = 8,74 m/s B) E_c = 15,3 J E_P = 8,6 J E_m = 23,9 J C) E_c = 3,8 J E_P = 20,1 J E_m = 23,9 J

D) E_c = 156,25 J E_P = 0 J E_m = 156,25 J

5. DEFINICIÓN DE TRABAJO

Decimos que una fuerza realiza trabajo sobre un cuerpo si le transfiere alguna forma de energía.

Supongamos un cuerpo de masa m que se desplaza entre dos posiciones A y B siguiendo una ***trayectoria rectilínea*** bajo la acción de una ***fuerza constante*** $\vec{F}$



Se define el **trabajo** realizado por una ***fuerza constante*** $\vec{F}$ en un ***desplazamiento rectilíneo*** de la masa m entre dos posiciones A y B, al producto escalar del vector fuerza $\vec{F}$ por el vector desplazamiento $\Delta\vec{r}$ entre ambas posiciones:

$$\boxed{W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = |\vec{F}| . |\Delta\vec{r}| . \cos(\vec{F}, \Delta\vec{r})} \quad [4.4]$$

De la definición anterior se pueden sacar las siguientes conclusiones o comentarios:

1º.- El trabajo realizado por una fuerza es una magnitud física escalar, puesto que se define mediante el producto escalar de dos vectores. Por tanto el trabajo puede ser un nº positivo, negativo o valer cero.

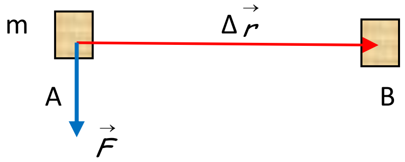
2º.- La unidad de trabajo coincide con la unidad de fuerza por la unidad de longitud, que en el SI de unidades sería el Newton (N) por el metro (m). Y a esta unidad se le da el nombre de Julio (J).

$$\boxed{N.m = Kg.\frac{m}{s^2}.m = Kg.\frac{m^2}{s^2} = J(Julio)}$$

La definición de Julio es la siguiente: "Un Julio es el trabajo que realizaría una fuerza de 1 N en un desplazamiento de 1 m, cuando la fuerza se aplicara en la misma dirección y sentido que el movimiento."

3º.- Si aplicamos una fuerza a un cuerpo y este no se mueve ($\Delta\vec{r}$ = 0), la fuerza no realiza trabajo.

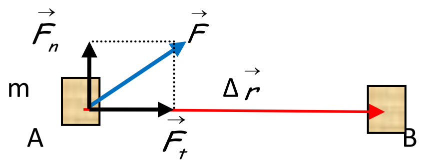
4º.- Si la fuerza aplicada es perpendicular al desplazamiento, la fuerza tampoco realiza trabajo, ya que el ángulo formado por los vectores fuerza y desplazamiento valdría 90º y el coseno de este ángulo vale 0 ($\cos(\vec{F},\Delta\vec{r}) = \cos(90º) = 0$) (podemos afirmar que las fuerzas perpendiculares a los desplazamientos no realizan trabajo).



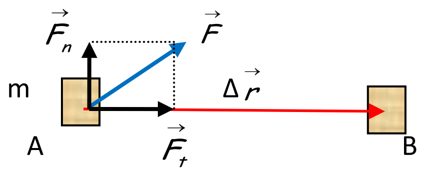
$$W(\vec{F}) = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} = |\vec{F}|\,.\,|\Delta\vec{r}|\,.\cos(90º) = 0$$

5º.- El trabajo realizado por una fuerza coincide con el trabajo que realiza su componente tangencial. En efecto, podemos descomponer a la fuerza aplicada en sus dos componentes $\vec{F}_t$ y $\vec{F}_n$ de modo que la componente normal no realiza trabajo.

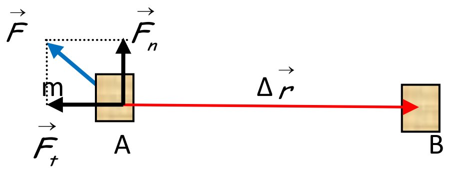
$$W(\vec{F}) = W(\vec{F}_n) + W(\vec{F}_t) = 0 + W(\vec{F}_t) = W(\vec{F}_t)$$



6º.- El trabajo realizado por una fuerza es positivo cuando la fuerza favorece el desplazamiento del cuerpo, es decir, la componente tangencial de la fuerza tiene la misma dirección y sentido que el movimiento, y sería negativo cuando la fuerza se opone al movimiento, es decir, la componente tangencial se opone al movimiento del cuerpo.



$W_A^B > 0$



$W_A^B < 0$

7º.- No hay que confundir trabajo con esfuerzo. Esfuerzo consiste en aplicar fuerza, mientras que trabajo consiste en aplicar fuerza y producir desplazamiento que no sea perpendicular a la fuerza.

<u>Ejemplo 10º</u>

Calcula el trabajo realizado al empujar un mueble por el suelo, a lo largo de un desplazamiento rectilíneo de 5 m, con una fuerza constante $\vec{F}$ de 50 N si:

A) La fuerza se aplica en la misma dirección y sentido que el desplazamiento.
B) La fuerza forma un ángulo de 30º con el desplazamiento.

SOLUC: A) $W(\vec{F}) = 250J$ B) $W(\vec{F}) = 216{,}5J$

<u>Ejemplo 11º</u>

Suponiendo que el mueble del ejercicio anterior tiene una masa de 10 Kg y que el coeficiente de rozamiento dinámico entre el mueble y la superficie es de 0,22, calcula el trabajo realizado por el resto de las fuerzas presentes durante el desplazamiento.

SOLUC: A) $W(\vec{P}) = 0J$ $W(\vec{N}) = 0J$ $W(\vec{F}_{roz}) = -107{,}8J$ B) $W(\vec{P}) = 0J$ $W(\vec{N}) = 0J$ $W(\vec{F}_{roz}) = -80{,}3J$

<u>Ejemplo 12º</u>

Un cuerpo de 20 Kg se deja deslizar por un plano inclinado de 30º desde 4 m de altura. Si el coeficiente de rozamiento es de 0,35, calcula el trabajo de cada una de las fuerzas presentes y el trabajo total o trabajo resultante desde que se soltó y hasta que llega a la base del plano.

SOLUC: $W(\vec{P}) = 784J$ $W(\vec{N}) = 0J$ $W(\vec{F}_{roz}) = -477{,}5J$ $W_{total} = 306{,}5J$

<u>Ejemplo 13º</u>

Un mueble de 10 Kg se desplaza horizontalmente 2 m por la acción de una fuerza constante $\vec{F}$ de 60 N que forma un ángulo de 30º con la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento es de 0,3, calcula el trabajo de cada una de las fuerzas presentes y el trabajo total o trabajo resultante.

SOLUC: $W(\vec{P}) = W(\vec{N}) = 0J$ $W(\vec{F}) = 103{,}9J$ $W(\vec{F}_{roz}) = -40{,}8J$ $W_{total} = 63{,}1J$

<u>Ejemplo 14º</u>

Un cuerpo de 20 Kg sube por un plano inclinado de 30º por la acción de una fuerza constante de 250 N paralela al plano. Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano es de 0,2, calcula, para un desplazamiento de 60 m, el trabajo de cada una de las fuerzas presentes y el trabajo total o trabajo resultante.

SOLUC: $W(\vec{P}) = -5880J$ $W(\vec{N}) = 0J$ $W(\vec{F}) = 15.000J$ $W(\vec{F}_{roz}) = -2034J$ $W_{total} = 7.086J$

<u>Ejemplo 15º</u>

Se lanza con una velocidad inicial de 12 m/s a un cuerpo de 4 Kg por una superficie horizontal con rozamiento (μ = 0,15). Calcular:

A) La aceleración de frenado.
B) La distancia que recorrerá hasta detenerse.
C) El trabajo realizado por cada una de las fuerzas presentes y el trabajo total durante el movimiento del cuerpo.

SOLUC: A) $a = -1{,}47\ m/s^2$ B) 49 m C) $W(\vec{P}) = 0J$ $W(\vec{N}) = 0J$ $W(\vec{F}_{roz}) = -288{,}12J$ $W_{total} = -288{,}12J$ B)

Ejemplo 16º

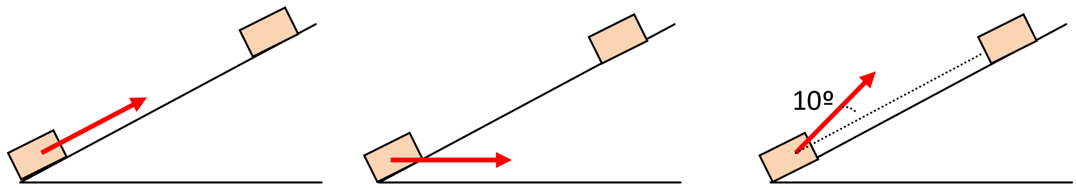
Desde la base de un plano inclinado de 30º con rozamiento (μ = 0,3) se lanza hacia con una velocidad inicial de 20 m/s a un cuerpo de 4 Kg. Calcular:

A) La aceleración de ascenso.
B) La distancia recorrida por el plano hasta detenerse.
C) El trabajo de cada una de las fuerzas presentes y el trabajo resultante durante el ascenso.

SOLUC: A) a = - 7,5 m/s^2 B) 26,7 m C) $W(\vec{P}) = -523{,}32J$ $W(\vec{N}) = 0J$ $W(\vec{F}_{roz}) = -273{,}2J$ $W_{total} = -796{,}52J$

Ejemplo 17º

En cada una de las situaciones siguientes se representa la fuerza $\vec{F}$ que se aplica a un cuerpo. Suponiendo que esta fuerza tiene un valor de 10 N, el ángulo de inclinación del plano es de 30º, el desplazamiento por el plano es de 2 m, el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano es 0,2 y la masa que se desplaza es de 1 Kg.



Para cada una de las tres situaciones calcula:

A) El trabajo realizado por la fuerza peso.
B) El trabajo realizado por la fuerza normal.
C) El trabajo realizado por la fuerza $\vec{F}$.
D) El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.

SOLUC: A) $W(\vec{P}) = -9{,}8J$ B) $W(\vec{N}) = 0J$ C) $W(\vec{F}_1) = 20J$ $W(\vec{F}_2) = 17{,}4J$ $W(\vec{F}_3) = 19{,}6J$

D) $W(\vec{F}_{roz1}) = -3{,}41J$ $W(\vec{F}_{roz2}) = -5{,}41J$ $W(\vec{F}_{roz3}) = -2{,}71J$

6. DEFINICIÓN DE POTENCIA.

Se define la **potencia** como el trabajo realizado por unidad de tiempo, y se calcula dividiendo el trabajo realizado entre el tiempo empleado en realizarlo:

$$\boxed{P = \frac{W}{t}} \quad [4.5]$$

De la definición de potencia podemos sacar las siguientes conclusiones:

1º.- La potencia es una magnitud física derivada y escalar que mide la eficacia con la se realiza un determinado trabajo. En efecto cuanto menos tiempo se emplee en realizar el mismo trabajo mayor será la potencia.

2º.- El trabajo se mide en la unidad de de trabajo dividida entre la unidad de tiempo y, por tanto, en el SI será J/s. A esta unidad se le conoce con el nombre de vatio (w)

$$1\frac{J}{s} = 1w$$

Un vatio es la potencia desarrollada cuando se realiza un trabajo de 1 julio en un segundo. Otras unidades de potencia son los múltiplos y submúltiplos del vatio (Kw, Mw, etc.) y el caballo de vapor (1 CV = 735 w)

3º.- Si en la expresión de la potencia despejamos en trabajo obtenemos:

$$\boxed{W = P.t} \quad [4.6]$$

De esta expresión podemos deducir que las unidades de trabajo (o energía) coinciden con las unidades de potencia por las unidades de tiempo. Una de estas unidades es el Kw.h, que es la unidad en la que se mide la energía eléctrica consumida en los hogares y cuya equivalencia con el julio es la siguiente:

$$1Kw.h = 1000w.3600s = 3.600.000w.s = 3,6.10^6 J$$

Ejemplo 18º

Un coche de 1,5 t sube por una pendiente del 12% con una velocidad constante de 72 Km/h. Despreciando los rozamientos, calcular:

A) Trabajo realizado por el motor durante los 10 primeros minutos.
B) Potencia desarrollada por el motor. Exprésala en CV.

SOLUC: A) $W(\vec{F}_{motor}) = 2,12.10^7 J$ B) P = 48 CV

Ejemplo 19º

Un coche de 1 t sube por una pendiente del 12%, partiendo del reposo, con una aceleraión de 2 m/s^2. Despreciando los rozamientos, calcular:

A) Trabajo realizado por el motor durante los 10 primeros segundos.

B) Potencia desarrollada por el motor. Exprésala en CV.

SOLUC: A) $W(\vec{F}_{motor}) = 3{,}18.10^5\ J$ B) P = 43,2 CV

Ejemplo 20º

Un ciclista circula a velocidad constante de 18 Km/h por una carretera horizontal con rozamiento (μ = 0,2). La masa del ciclista con su bicicleta es de 80 Kg. Calcular:

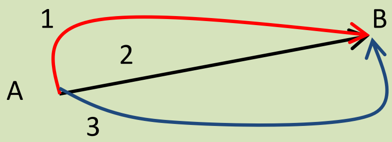
A) La fuerza que ejerce el ciclista para mantener esa velocidad y la potencia que desarrolla (toma como tiempo el que tú quieras).

B) La fuerza y la potencia que debe desarrollar para subir por una pendiente del 10% con la misma velocidad.

SOLUC: A) F = 156,8 N P = 784 w B) F = 234,4 N P = 1172 w

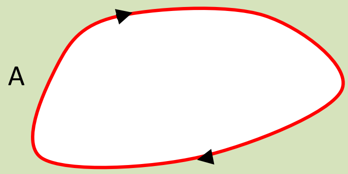
7. FUERZAS CONSERVATIVAS Y NO CONSERVATIVAS. ENERGÍA POTENCIAL

Una **fuerza conservativa** es aquélla cuyo trabajo realizado sobre un cuerpo que se traslada entre dos puntos dados, A y B, es independiente de la trayectoria seguida por aquél entre dichos puntos.



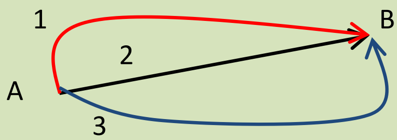
$$W_A^B(1) = W_A^B(2) = W_A^B(3) = \dots$$

Consecuencia inmediata de la anterior definición es que el trabajo realizado por una fuerza conservativa a lo largo de cualquier ciclo (trayectoria cerrada) es nulo.



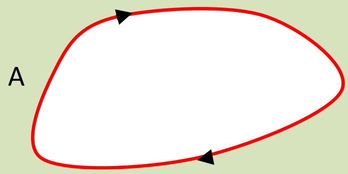
$$W_A^A = W \text{ (por cualquier trayectoria)} = 0$$

Una fuerza se dice que no es conservativa cuando el valor del trabajo realizado por ella entre dos posiciones depende de la trayectoria seguida entre ambas posiciones



$$W_A^B(1) \neq W_A^B(2) \neq W_A^B(3) \dots$$

Consecuencia inmediata de la anterior definición es que debe de existir al menos un ciclo en el que trabajo realizado por la fuerza no conservativa es distinto de 0.



$$W_A^A \text{ (por lo menos en un ciclo)} \neq 0$$

Son ejemplos de fuerzas conservativas: la fuerza gravitatoria (y por tanto la fuerza peso), la fuerza elástica y la fuerza eléctrica.

Son ejemplos de fuerzas no conservativas la fuerza de rozamiento. Cualquier otra fuerza de la que no se haya dicho explícitamente que es conservativa se tratará como no conservativa.

¿Qué ventajas presentan las fuerzas conservativas frente a las no conservativas?.

La ventaja de las fuerzas conservativas se encuentra en que el trabajo realizado por las mismas sólo depende de los valores que toma una magnitud escalar, a la que llamamos **energía potencial** (E_p), en los puntos extremos de la trayectoria, de manera que podemos escribir la siguiente relación, conocida como **<u>teorema de la energía potencial</u>** y que dice:

El trabajo realizado por las fuerzas conservativas cuando una partícula se desplaza entre dos posiciones coincide con la variación de energía potencial de la partícula entre dichas posiciones, pero cambiada de signo.

$$\boxed{W_C = -\Delta E_p = -\left[E_p(B) - E_p(A) \right] = E_p(A) - E_p(B)} \qquad [4.7]$$

donde $\Delta E_p = E_p(B) - E_p(A)$ es la variación de energía potencial entre los puntos A(inicial) y B(final) de la trayectoria seguida por el cuerpo.

El signo "-" significa que el cuerpo disminuye su energía potencial siempre que en su movimiento la fuerza conservativa haya realizado trabajo positivo. Así pues:

"La energía potencial asociada a una determinada fuerza conservativa disminuye en una cantidad igual al trabajo realizado por dicha fuerza entre dos puntos dados de una trayectoria."

Según este teorema, podemos calcular el trabajo de las fuerzas conservativas sin tener que hacer uso de la definición de trabajo, bastaría con evaluar la variación de energía potencial.

Cada fuerza conservativa tiene asociada su propia energía potencial:

<u>Energía potencial gravitatoria en un punto próximo a la superficie terrestre</u>

En puntos suficientemente próximos a la superficie terrestre, la fuerza peso puede considerarse prácticamente constante y la energía potencial asociada es:

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

Si se trata de puntos alejados de la tierra donde la fuerza peso no puede considerarse constante, la expresión de la energía potencial es diferente y se verá en el tema siguiente.

<u>Ejemplo 21º</u>

Un cuerpo de 0,2 Kg de masa se levanta desde el suelo hasta una altura de 4 m. Calcula:

A) Haciendo uso de la definición de trabajo, calcula el trabajo realizado por la fuerza peso si se levanta verticalmente.
B) Comprueba que este trabajo coincide con menos la variación de energía potencial de la partícula entre la posición inicial y final.

C) Imagina que la partícula se eleva a la misma altura, pero desplazándola por un plano inclinado de 30º. Responde a las mismas preguntas de los apartados a) y b). ¿Qué te llama la atención de los resultados obtenidos?

D) ¿Por qué crees que las carreteras de montaña se hacen en zig-zag y no en línea recta?

SOLUC: A) $W(\vec{P}) = -7,84J$ B) $\Delta E_p = 7,84J$ C) $W(\vec{P}) = -7,84J$ $\Delta E_p = 7,84J$

8. TEOREMA DEL TRABAJO, O TEOREMA DE LA ENERGÍA CINÉTICA O TEOREMA DE LAS FUERZAS VIVAS (TFV)

El teorema del trabajo, de la energía cinética o TFV dice que: "Cuando una partícula se desplaza entre dos posiciones, el trabajo total realizado por las fuerzas que actúan sobre el cuerpo a lo largo de un determinado desplazamiento, es igual a la variación de energía cinética que experimenta dicho cuerpo"

$$\boxed{W_A{}^B{}_{TOTAL} = \Delta E_C = E_C(B) - E_C(A)} \quad [4.8]$$

Comentarios:

1º.- Este teorema es aplicable a cualquier tipo de fuerzas (conservativas y/o no conservativas) y cualquier desplazamiento (rectilíneo o no).

2º.- Este teorema nos permite calcular el trabajo total realizado sobre una partícula sin necesidad de utilizar la definición de trabajo, bastaría con evaluar la energía cinética de la partícula en las posiciones inicial y final.

3º.- Si despejamos a la energía cinética final en la ecuación del teorema obtenemos:

$$E_C(B) = E_C(A) + W_A{}^B{}_{TOTAL}$$

Como vemos según el signo del trabajo total realizado sobre la partícula la energía cinética de la partícula habrá aumentado, disminuido o permanecido constante.

$$\text{Si } W_A{}^B{}_{TOTAL} > 0 \Rightarrow E_C(B) > E_C(A) \Rightarrow E_C \uparrow$$

$$\text{Si } W_A{}^B{}_{TOTAL} < 0 \Rightarrow E_C(B) < E_C(A) \Rightarrow E_C \downarrow$$

$$\text{Si } W_A{}^B{}_{TOTAL} = 0 \Rightarrow E_C(B) = E_C(A) \Rightarrow E_C = \text{cte.}$$

4º.- Según el comentario anterior el trabajo realizado sobre una partícula debe entenderse como una transferencia de energía.

Ejemplo 22º

Se deja deslizar a un cuerpo de 1 Kg de masa por un plano inclinado de 30º desde 1,5 m de altura. Si el cuerpo parte del reposo y el coeficiente de rozamiento entre este y el plano es de 0,1, hallar:

A) El trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo y el trabajo resultante cuando el cuerpo se desplace hasta la base del plano.
B) La velocidad que adquiere el cuerpo al llegar a la base del plano aplicando el TFV.
C) Responde al apartado anterior mediante la dinámica.

SOLUC: A) $W(\vec{P}) = 14{,}7J$ $W(\vec{N}) = 0J$ $W(\vec{F}_{roz}) = -2{,}6J$ $W_{total} = 12{,}1J$ B) y C) v = 4,9 m/s

Ejemplo 23º

Un cuerpo de 10 Kg se lanza sobre una superficie horizontal con una velocidad de 10 m/s. Debido al rozamiento, el cuerpo acaba deteniéndose después de recorrer 200 m sobre la superficie. Calcula el valor de la fuerza de rozamiento:

A) Mediante el TFV.
B) Mediante la dinámica.

SOLUC: A) y B) 2,5 N

Ejemplo 24º

Desde lo alto de un plano inclinado rugoso de 10 m de longitud y 30º de inclinación, se deja deslizar un cuerpo de masa m. Si al llegar a la base del plano el cuerpo tiene una velocidad de 9 m/s, calcula el coeficiente de rozamiento cinético entre el cuerpo y el plano:

A) Mediante el TFV.
B) Mediante la dinámica.

SOLUC: A) $\mu = 0{,}1$

Ejemplo 25º

Una grúa eleva un palé de ladrillos de 200 Kg. desde el suelo hasta la tercera planta de un edificio en obras que se encuentra a 10 m del suelo.

A) Dibuja las fuerzas que actúan durante la elevación de los ladrillos.
B) Calcula el trabajo que realiza el motor de la grúa.
C) Calcula la potencia que ha desarrollado el motor en la subida si empleó 20 s. Exprésala en CV.

SOLUC: B) W_{motor} = 19600 J C) P_{motor} = 980 J = 1,3 CV

Ejemplo 26º

Calcula la potencia que debe tener el motor de un montacargas para poder subir una carga de 600 Kg. Hasta 100 m de altura en 1 minuto. Exprésala en CV.

SOLUC: P = 9800 w = 13.3 CV

Ejemplo 27º

Un cuerpo de 15 Kg se encuentra a 15 m de altura. ¿Qué trabajo deberías realizar tú para subirlo hasta una altura de 80 m?

SOLUC: 9555 J

9. RELACIÓN ENTRE EL TRABAJO Y LA ENERGÍA. CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

Consideremos a una partícula que se desplaza entre dos posiciones A y B siguiendo una trayectoria cualquiera y bajo la acción de fuerzas de cualquier tipo (conservativas y/o no conservativas, constantes y/o no constantes). Aplicando el teorema del trabajo (TFV) obtenemos:

$$W_A^B{}_{TOTAL} = \Delta E_c$$

Si descomponemos el trabajo total en la suma de dos trabajos: el realizado por las fuerzas conservativas y el realizado por las fuerzas no conservativas la expresión anterior nos queda:

$$W_A^B{}_{TOTAL} = W_A^B{}_{FC} + W_A^B{}_{FNC}$$

si tenemos en cuenta que el trabajo de las fuerzas conservativas coincide con la menos variación de la energía potencial de la partícula (teorema de la energía potencial), la ecuación anterior queda:

$$\Delta E_c = - \Delta E_p + W_A^B{}_{FNC}$$

Despejando el trabajo de las fuerzas no conservativas, obtenemos

$$\Delta E_c + \Delta E_p = W_A^B{}_{FNC}$$

Y si tenemos en cuenta que la energía mecánica es la suma de las energías cinética y potencial, podemos escribir la siguiente expresión que se conoce con el nombre de **Teorema de la Energía Mecánica**:

$$\boxed{\Delta E_m = W_A^B{}_{FNC}} \quad [4.9]$$

La variación de energía mecánica que experimenta un cuerpo en una determinada trayectoria, coincide con el trabajo realizado por todas las fuerzas no conservativas que actúan sobre la partícula en dicha trayectoria.

A partir de este teorema podemos extraer las siguientes consecuencias:

1º.- PRINCIPIO O TEOREMA DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

Si a lo largo de una determinada trayectoria entre dos puntos A y B sólo realizan trabajo las fuerzas conservativas ($W_{NC} = 0$), entonces $\Delta E_m = 0$, es decir, la energía mecánica permanece constante. Este resultado se conoce como **principio de conservación de la energía mecánica (PCEM) o teorema de conservación de la energía mecánica,** cuya expresión matemática puede escribirse así:

$$\boxed{\text{Si } W_A^B{}_{FNC} = 0 \;\Rightarrow\; \Delta E_m = 0 \;\Rightarrow\; E_m = \text{cte.} \;\Rightarrow\; \Delta E_c = - \Delta E_p} \quad [4.10]$$

Es importante destacar que si la energía mecánica de la partícula permanece constante, esto no implica necesariamente que lo sean sus energías cinética y potencial. Lo que debe de ocurrir es que el aumento o disminución en su energía cinética se verá compensada, respectivamente, por una disminución o aumento en la misma cantidad de su energía potencial.

2º.- Si a lo largo de una determinada trayectoria entre dos puntos A y B, realizan trabajo las fuerzas no conservativas ($W_{NC} \neq 0$), entonces $\Delta E_m \neq 0$, es decir, la energía mecánica varía en una cantidad igual al trabajo realizado por las fuerzas no conservativas. Según sea el signo de este trabajo, así será el signo de la variación de energía mecánica, y por tanto, la energía mecánica de la partícula habrá aumentado o disminuido:

$$\text{Si } W_A{}^B{}_{FNC} > 0 \;\Rightarrow\; \Delta E_m > 0 \;\Rightarrow\; E_m \uparrow$$

$$\text{Si } W_A{}^B{}_{FNC} < 0 \;\Rightarrow\; \Delta E_m < 0 \;\Rightarrow\; E_m \downarrow$$

En particular, aquellas fuerzas no conservativas que realizan un trabajo negativa harán disminuir la energía mecánica; dichas fuerzas se denominan **disipativas** dado que cuando actúan hacen que la energía mecánica se disipe en forma de calor. Entre dichas fuerzas destacan las fuerzas de rozamiento por deslizamiento o las de resistencia de un medio al cuerpo que se mueve a través de él.

Ejemplo 28º

Un cuerpo de masa m se deja caer desde la azotea de un edificio de 40 m de altura.

A) Analiza si se conserva o no la energía mecánica del cuerpo durante su caída.
B) Analiza como varían las energías cinética y potencial gravitatoria del cuerpo durante su caída.
C) Calcula la velocidad con la que golpea al suelo aplicando el Principio de Conservación de la Energía Mecánica (PCEM).
D) Calcula la velocidad con la que golpea al suelo aplicando las ecuaciones del movimiento de caída libre.

SOLUC: C) y D) v = -28 m/s

Ejemplo 29º

Repite el problema anterior suponiendo que el cuerpo se lanza hacia abajo con una velocidad de 8 m/s.

SOLUC: C) y D) v = -29,1 m/s

Ejemplo 30º

Un cuerpo de masa m se lanza verticalmente y hacia arriba desde el suelo con una velocidad de 20 m/s.

A) Analiza si se conserva o no la energía mecánica del cuerpo durante su ascenso.
B) Analiza como varían las energías cinética y potencial gravitatoria del cuerpo durante su ascenso.
C) Calcula la altura máxima alcanzada por el cuerpo en su ascenso aplicando el Principio de Conservación de la Energía Mecánica (PCEM).
D) Calcula la altura máxima alcanzada por el cuerpo en su ascenso aplicando las ecuaciones del movimiento de caída libre.

SOLUC: C) y D) h = 20,4 m

Ejemplo 31º

Un cuerpo de masa m se deja deslizar por un plano inclinado de 30º sin rozamiento desde una altura de 2 m.

A) Analiza si se conserva o no la energía mecánica del cuerpo durante su descenso.

B) Analiza como varían las energías cinética y potencial gravitatoria del cuerpo durante su descenso.

C) Calcula la velocidad del cuerpo cuando llegue a la base del plano aplicando el PCEM.

D) Calcula la velocidad del cuerpo cuando llegue a la base del plano aplicando las ecuaciones de la cinemática.

SOLUC: C) y D) v = 6,3 m/s

Ejemplo 32º

Un cuerpo de masa m se lanza hacia arriba desde el suelo por un plano inclinado de 30º sin rozamiento con una velocidad de 14 m/s.

A) Analiza si se conserva o no la energía mecánica del cuerpo durante su ascenso.

B) Analiza como varían las energías cinética y potencial gravitatoria del cuerpo durante su ascenso.

C) Calcula la altura máxima alcanzada aplicando el PCEM.

D) Calcula la altura máxima alcanzada aplicando las ecuaciones de la cinemática.

SOLUC: C) y D) h = 10 m

Ejemplo 33º

Calcula desde que altura habría que soltar un cuerpo de masa desconocida si queremos que cuando se encuentre a 8 m de altura lleve una velocidad de 20 m/s:

A) Aplicando las ecuaciones del movimiento de caída libre.

B) Aplicando el PCEM.

SOLUC: A) y B) h = 28,4 m

Ejemplo 34º

En un partido de tenis Rafa Nadal golpea la pelota con una velocidad de 20 m/s y un ángulo de 30º. Suponiendo despreciable el rozamiento de la pelota con el aire y que el golpe se produce a 1 m del suelo, responde a las siguientes cuestiones:

A) Analiza si se conserva o no la energía mecánica de la pelota durante su vuelo.

B) Analiza como varían las energías cinética y potencial gravitatoria de la pelota durante su vuelo.

C) Calcula la altura máxima alcanzada aplicando las ecuaciones del movimiento parabólico.

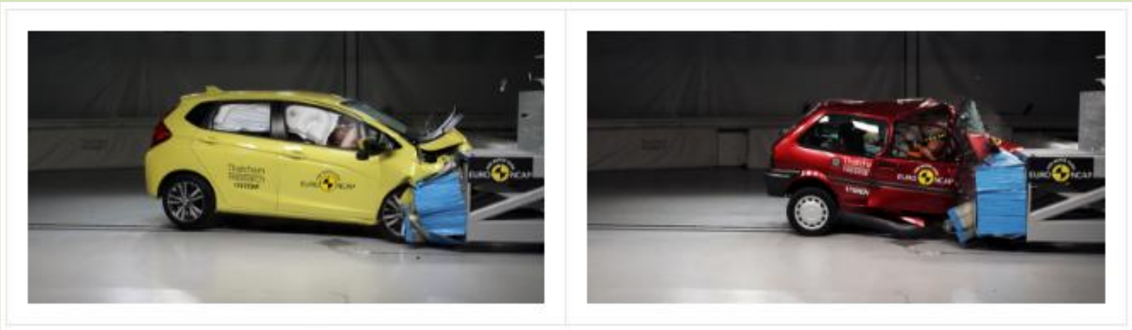
D) Calcula la altura máxima alcanzada aplicando el PCEM.

SOLUC: C) y D) h = 6,1 m

CIENCIA Y SOCIEDAD: Choques inelásticos y seguridad vial

Los choques entre partículas se clasifican en **choques elásticos y choques inelásticos**. Un choque entre partículas se dice que es elástico cuando la energía mecánica del conjunto no cambia durante el choque. Si el choque es inelástico, la energía mecánica del conjunto ha disminuido después del choque.

Cuando un coche colisiona puede pensarse que cuanto más resistencia ofrezca la carrocería al impacto, esto es, cuanto menos se deforme, menores serán las lesiones de los ocupantes del vehículo. Sin embargo, esto no es así: si el choque es elástico, la absorción de la energía cinética por parte de los pasajeros será mucho mayor, y más graves las lesiones.



La eliminación de energía cinética por choques inelásticos es el modo de actuación de muchos de los elementos de seguridad de los automóviles, de las carreteras y de los circuitos de competición.

Así, las pruebas de calificación de vehículos y de protección del habitáculo de los ocupantes son de obligado cumplimiento para la homologación de vehículos para circular por nuestras calles. En función de la diferente protección que ofrece un vehículo en caso de impacto, recibe una calificación mejor o peor: son las estrellas Euroncap.

Actvidad 1ª

a) Cuando dejas caer un balón o una pelota para que rebote, ¿el choque con el suelo es un choque elástico o inelástico? Razona la respuesta.
b) Una bola de 10 g se suelta desde un metro de altura. Tras el primer rebote sube sólo a 80 cm. ¿Cuánta energía mecánica se ha perdido en el choque con el suelo? En qué se ha transformado esa energía?

Actvidad 2ª

¿Qué elementos de seguridad conoces en un coche?

Actvidad 3ª

NAVEGANDO POR LA WEB

El Proyecto Euro NCAP

Busca en la web que es el proyecto Euro NCAP (Lo encontrarás en www.euroncap.com) y haz un breve resumen de en que consiste, su historia y sus logros.

CUESTIONES

Cuestión 1ª

Indica de forma razonada la validez de las siguientes afirmaciones:

a) La energía cinética de un cuerpo siempre es positiva.
b) a energía potencial gravitatoria de un cuerpo siempre es positiva.

Cuestión 2ª

Indica de forma razonada la validez de las siguientes afirmaciones:

a) La energía cinética de un cuerpo con MRU siempre es constante.
b) La energía cinética de un cuerpo con MCU siempre es constante.
c) La energía cinética de un cuerpo con MRUA nunca es constante.
d) La energía potencial gravitatoria de un cuerpo con MRU siempre es constante.
e) La energía potencial gravitatoria de un cuerpo con MRUA nunca es constante.
f) La energía potencial gravitatoria de un cuerpo con movimiento de caída libre nunca es constante.

Cuestión 3ª

Responde razonadamente a las siguientes cuestiones:

a) Dos cuerpos tienen la misma masa, pero el primero tiene doble velocidad que el segundo ($v_1 = 2v_2$). ¿Cuál de los dos tiene más energía cinética? ¿Qué relación existe entre sus energías cinéticas?
b) Dos cuerpos tienen la misma velocidad, pero el primero tiene doble masa que el segundo ($m_1 = 2m_2$). ¿Cuál de los dos tiene más energía cinética? ¿Qué relación existe entre sus energías cinéticas?
c) Dos cuerpos tienen la misma masa, pero el primero está a doble altura que el segundo ($h_1 = 2h_2$). ¿Cuál de los dos tiene más energía potencial gravitatoria? ¿Qué relación existe entre sus energías potenciales?
d) Dos cuerpos tienen están a la misma altura, pero el primero tiene doble masa que el segundo ($m_1 = 2m_2$). ¿Cuál de los dos tiene más energía potencial gravitatoria? ¿Qué relación existe entre sus energías potenciales?

Cuestión 4ª

Indica de forma razonada la validez de las siguientes afirmaciones:

a) Siempre que ejercemos fuerza sobre un cuerpo realizamos trabajo.
b) El trabajo realizado por una fuerza no depende del tiempo que esta actúe.
c) Un trabajo negativo implica que la fuerza que lo realiza se opone al desplazamiento del cuerpo.
d) Si el trabajo total que se realiza sobre un cuerpo es nulo, este se mueve necesariamente un MRU.

Cuestión 5ª

Indica de forma razonada la validez de las siguientes afirmaciones:

a) Si un cuerpo se mueve con MRU, entonces el trabajo total sobre el cuerpo es nulo.
b) Cuando nos alejamos de la superficie terrestre, la energía potencial gravitatoria disminuye.

c) Si dos cuerpos tienen la misma masa pero el primero tiene doble velocidad que el segundo, entonces el primero tiene doble energía cinética que el segundo.
d) Si dos cuerpos tienen la misma velocidad pero el primero tiene doble masa que el segundo, entonces el primero tiene doble energía cinética que el segundo.

Cuestión 6ª

Si sobre un cuerpo actúa una fuerza de 10 N y dicho cuerpo se desplaza 10 m, entonces el trabajo realizado por dicha fuerza vale 100 J. ¿Es cierto esto o consideras que falta información para resolver el problema?

Cuestión 7ª

a) ¿Cuánto vale el trabajo realizado por la fuerza centrípeta sobre un cuerpo con MCU?
b) ¿Qué trabajo realizamos cuando sujetamos la mochila mientras, estando parados, hablamos con un compañero?

Cuestión 8ª

Hemos de levantar un cuerpo hasta cierta altura y, para ello, disponemos de varios planos inclinados de diferente longitud (y, por tanto, de diferente inclinación).

a) ¿Con cuál de ellos realizaremos la operación con menor esfuerzo?
b) ¿Con cuál de ellos realizaremos menor trabajo?

Cuestión 9ª

Responde razonadamente a las siguientes cuestiones:

a) Lanzamos verticalmente y hacia arriba a un cuerpo de masa m con una velocidad inicial v_0. ¿Regresará al punto de lanzamiento con mayor o con menor velocidad?
b) ¿Y si lo lanzamos por un plano inclinado de inclinación α?

PROBLEMAS

Problema 1º

Una grúa eleva un palé de ladrillos de 200 Kg. desde el suelo hasta la tercera planta de un edificio en obras que se encuentra a 10 m del suelo.

a) Dibuja las fuerzas que actúan durante la elevación de los ladrillos.
b) Calcula el trabajo que realiza el motor de la grúa.
c) Calcula la potencia que ha desarrollado el motor en la subida si empleó 20 s. Exprésala en CV.

SOLUC: b) W_{motor} = 19600 J c) P_{motor} = 980 J = 1,3 CV

Problema 2º

Calcula la potencia que debe tener el motor de un montacargas para poder subir una carga de 600 Kg. Hasta 100 m de altura en 1 minuto. Exprésala en CV.

SOLUC: P = 9800 w = 13.3 CV

Problema 3º

Un ciclista circula a velocidad constante de 18 Km/h por una carretera horizontal con rozamiento (μ = 0,2). La masa del ciclista con su bicicleta es de 80 Kg. Calcular:

a) La fuerza que ejerce el ciclista para mantener esa velocidad y la potencia que desarrolla (toma como tiempo el que tú quieras).

b) La fuerza y la potencia que debe desarrollar para subir por una pendiente del 10% con la misma velocidad.

SOLUC: a) F = 156,8 N P = 784 w b) F = 234,4 N P = 1172 w

Problema 4º

Un cuerpo de 15 Kg se encuentra a 15 m de altura. ¿Qué trabajo deberías realizar tú para subirlo hasta una altura de 80 m.

SOLUC: 9555 J

Problema 5º

Un cuerpo de masa m se deja caer desde la azotea de un edificio de 40 m de altura.

a) Analiza si se conserva o no la energía mecánica del cuerpo durante su caída.

b) Analiza como varían las energías cinética y potencial gravitatoria del cuerpo durante su caída.

c) Calcula la velocidad con la que golpea al suelo aplicando las ecuaciones del movimiento de caída libre.

d) Calcula la velocidad con la que golpea al suelo aplicando el Principio de Conservación de la Energía Mecánica PCEM).

SOLUC: c) y d) v = -28 m/s

Problema 6º

Repite el problema anterior suponiendo que el cuerpo se lanza hacia abajo con una velocidad de 8 m/s.

SOLUC: c) y d) v = -29,1 m/s

Problema 7º

Un cuerpo de masa m se lanza desde el suelo verticalmente hacia arriba con una velocidad de 25 m/s.

a) Analiza si se conserva o no la energía mecánica del cuerpo durante su ascenso.

b) Analiza como varían las energías cinética y potencial gravitatoria del cuerpo durante su ascenso.

c) Calcula la altura máxima alcanzada aplicando las ecuaciones del movimiento de caída libre.

d) Calcula la altura máxima alcanzada aplicando el PCEM.

SOLUC: c) y d) h = 31,9 m

Problema 8º

Un cuerpo de masa m se lanza verticalmente hacia arriba desde la azotea de un edificio de 60 m de altura con una velocidad de 20 m/s.

a) Analiza si se conserva o no la energía mecánica del cuerpo desde que se lanza y hasta que llega al suelo.

b) Analiza como varían las energías cinética y potencial gravitatoria del cuerpo durante su movimiento.

c) Calcula la altura máxima alcanzada aplicando las ecuaciones del movimiento de caída libre.

d) Calcula la altura máxima alcanzada aplicando el PCEM.

e) Calcula la velocidad con la que golpea al suelo aplicando las ecuaciones del movimiento de caída libre.

f) Calcula la velocidad con la que golpea al suelo aplicando el Principio de Conservación de la Energía Mecánica PCEM).

SOLUC: c) y d) h = 80,4 m e) y f) v = - 39,7 m/s

Problema 9º

Calcula a qué velocidad habría que lanzar un cuerpo desde la base de un plano inclinado de 30º sin rozamiento si queremos que cuando se encuentre a 3 m de altura lleve una velocidad de 4 m/s:

a) Aplicando las ecuaciones de la cinemática.

b) Aplicando el PCEM.

SOLUC: A) y B) v = 8,6 m/s

Problema 10º

Calcula a qué velocidad habría que lanzar un cuerpo desde el suelo, verticalmente y hacia arriba, para que cuando se encuentre a 10 m del suelo lleve una velocidad de 6 m/s:

a) Aplicando las ecuaciones del movimiento de caída libre.

b) Aplicando el PCEM.

SOLUC: A) y B) v = 15,2 m/s

Problema 11º

Calcula desde que altura habría dejar deslizar un cuerpo de masa desconocida por un plano inclinado de 30º sin rozamiento si queremos que cuando se encuentre a 80 cm de altura lleve una velocidad de 4 m/s:

A) Aplicando las ecuaciones de la cinemática.

B) Aplicando el PCEM.

SOLUC: A) y B) h = 1,6 m

Problema 12º

Un jugador de golf golpea la pelota con una velocidad de 20 m/s y un ángulo de inclinación de 60º.

A) Analiza si se conserva o no la energía mecánica de la pelota durante su vuelo.

B) Analiza como varían las energías cinética y potencial gravitatoria de la pelota durante su vuelo.

C) Calcula la altura máxima alcanzada aplicando las ecuaciones del movimiento parabólico.

D) Calcula la altura máxima alcanzada aplicando el PCEM.

SOLUC: C) y D) h = 10,2 m

Problema 13º

Un cuerpo de masa m se lanza desde la base de un plano inclinado sin rozamiento de 30º con una velocidad de 10 m/s.

a) Analiza si se conserva o no la energía mecánica del cuerpo desde que se lanza y hasta que regresa de nuevo al punto de partida, y haz un análisis de como varían las energías cinética y potencial gravitatoria del cuerpo en su movimiento.

b) Calcula el espacio recorrido por el cuerpo en su ascenso por el plano aplicando la Dinámica.
c) Responde a la misma pregunta del apartado anterior aplicando el PCEM.
d) Razona, ***sin hacer nuevos cálculos***, cuál sería la velocidad con la que regresaría el cuerpo al punto de lanzamiento.

SOLUC: b) y d) h = 10,2 m

Problema 14º

Cuando un cuerpo de masa es lanzado por una superficie horizontal rugosa con una velocidad de 10 m/s, el cuerpo recorre 17 m hasta detenerse.

a) Aplicando el TFV, calcula el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y la superficie.
b) Haz el mismo cálculo que en el apartado anterior aplicando la Dinámica.
c) Si se lanzara por la superficie anterior, en las mismas condiciones, a un cuerpo de la misma naturaleza pero de doble masa (2m), ¿razona si este cuerpo recorrería más o menos espacio hasta detenerse?

SOLUC: a) y b) $\mu = 0,3$

Problema 15º

Un portero de futbol golpea el balón desde el suelo con una velocidad de 25 m/s y con un ángulo de 30º respecto a la horizontal.

a) Suponiendo que no hay rozamiento con el aire, analiza si se conserva o no la energía mecánica del balón desde que se lanza y hasta llegar al suelo, y haz un análisis de como varían las energías cinética y potencial gravitatoria del balón en su movimiento.
b) Halla la altura máxima alcanzada por el balón mediante las ecuaciones del movimiento parabólico.
c) Responde a la misma pregunta del apartado anterior pero aplicando el PCEM.
d) Razona, ***sin hacer nuevos cálculos***, cuál sería la velocidad con la que llegará el balón al suelo.

SOLUC: b) y c) h = 7,97 m

Problema 16º

Un cuerpo de masa m se deja deslizar, partiendo del reposo, desde una altura de 5 m por un plano inclinado rugoso de 30º. Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano es de 0,1, calcula la velocidad con la que llegará a la base del plano:

a) Aplicando la dinámica.
b) Aplicando el teorema de las fuerzas vivas (TFV).
c) Si se dejara deslizar por el plano anterior, en las mismas condiciones, a un cuerpo de la misma naturaleza pero de doble masa que el anterior (2m), ¿cuál sería la velocidad de este cuerpo al llegar a la base del plano? Razona la respuesta.

SOLUC: a) y b) v = 9 m/s

Problema 17º

Un coche de 1 tonelada sube con una velocidad constante de 72 Km/h, por una carretera cuya pendiente es del 4%. Si la fuerza de rozamiento es de 4000 N, calcula:

a) la fuerza que ejerce el motor.
b) El trabajo que realiza el motor durante 10 s y la potencia que desarrolla el motor. Expresa la potencia en CV.

SOLUC: a) F = 4391,6 N b) W = 878320 J P = 119,5 CV

Problema 18º

El tripulante de un globo aerostático, que desciende verticalmente con una velocidad constante de 10 m/s, suelta un saco de arena de masa m cuando el globo se encuentra a 100 m del suelo.

a) Analiza si se conserva o no la energía mecánica del saco desde que se suelta y llega al suelo, y haz un análisis de como varían las energías cinética y potencial gravitatoria del saco en su movimiento.
b) Calcula la velocidad con la que el saco llega al suelo aplicando el teorema de conservación de la energía mecánica.
c) Responde a la misma cuestión del apartado anterior mediante las ecuaciones del movimiento de caída libre.

SOLUC: b) y c) -45,4 m/s

Problema 19º

Un cuerpo de masa m parte del reposo desde una altura de 4 m en un plano inclinado de 30º. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano es de 0,2, calcula:

a) la velocidad del cuerpo cuando llegue a la base del plano aplicando la dinámica.
b) Responde a la misma pregunta que en el apartado anterior aplicando el teorema de las fuerzas vivas (TFV).

SOLUC: a) y b) 7,2 m/s

Problema 20º

En unos juegos olímpicos un lanzador de jabalina lanza con una velocidad de 30 m/s y con un ángulo de inclinación de 60º. Si el lanzamiento lo realiza desde 1,5 m del suelo:

a) Suponiendo que no hay rozamiento con el aire, analiza si se conserva o no la energía mecánica de la jabalina desde que se lanza y hasta llegar al suelo, y haz un análisis de como varían las energías cinética y potencial gravitatoria de la jabalina en su movimiento.
b) Halla la altura máxima alcanzada por la jabalina aplicando el PCEM.
c) Halla la altura máxima alcanzada por la jabalina aplicando las ecuaciones del mov. parabólico.

SOLUC: b) y c) 36 m medidos desde el suelo

Problema 21º

Un cuerpo de masa m se lanza desde la base de un plano inclinado de 30º con una velocidad v_0, y el cuerpo asciende por el plano hasta una altura de 5 m. Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano es de 0,1, calcula la velocidad con la que se lanzó inicialmente:

a) Aplicando la dinámica.
b) Aplicando el teorema de las fuerzas vivas (TFV).

SOLUC: 10,7 m/s

PROBLEMAS PARA PROFUNDIZAR

Problema 22º

Desde la superficie de la luna se dispara un proyectil de 500 g verticalmente y hacia arriba con unja velocidad de 80 m/s.

a) Haz un análisis energético del movimiento del proyectil desde que es lanzado hasta que regresa al suelo.
b) Calcula la altura máxima alcanzada por el proyectil aplicando el PCEM.
c) Responde a la misma cuestión del apartado anterior aplicando las ecuaciones del movimiento de caída libre.
d) Calcula el trabajo realizado por el peso del proyectil durante su ascenso.
e) Calcula el trabajo realizado por el peso del proyectil desde que es lanzado hasta que regresa de nuevo al suelo.

DATOS: $M_L = 7,35.10^{22}$ kg $R_L = 1700$ km

SOLUC: b) y c) h = 1882 m d) W = -1600 J e) W = 0 J

Problema 23º

Un ciclista baja una pendiente del 6%, sin dar pedales, a una velocidad constante de 90 km/h. Si la masa del conjunto ciclista-bicicleta es de 80 kg, ¡cuánto vale la suma de las fuerzas de rozamiento?

SOLUC: 47 N

Problema 24º

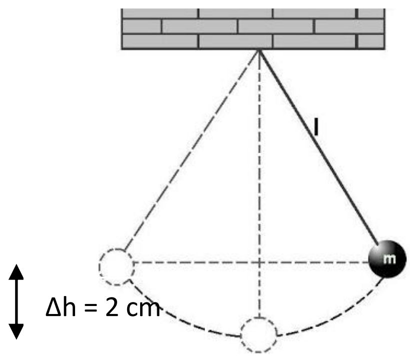
Un bloque de 2 kg se lanza sobre una superficie horizontal con una velocidad inicial de 5 m/s y se observa que se detiene a los 5 cm.

a) Haz un análisis energético del movimiento del bloque.
b) Calcula la energía mecánica disipada. ¿En qué se ha transformado dicha energía?

SOLUC: b) 25 J

Problema 25º

Un péndulo oscila tal y como indica la figura:



¿Qué velocidad lleva la bola en el punto más bajo del movimiento?

SOLUC: 0,63 m/s

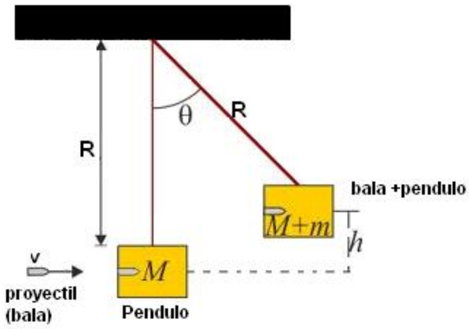
Problema 26º

En una montaña rusa la altura de uno de los picos es de 15 y la del siguiente es de 10 m. Cuando un vagón pasa por el primero su velocidad es de 5 m/s, calcula la velocidad del vagón cuando pasa por el segundo suponiendo despreciable el rozamiento.

SOLUC: 11,1 m/s

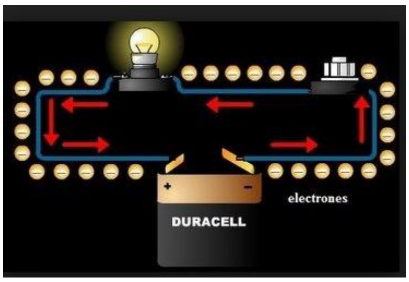
Problema 27º

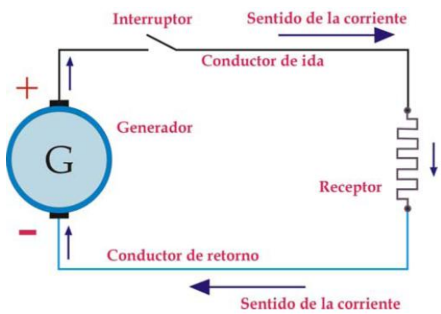
El péndulo balístico es un dispositivo que sirve para determinar la velocidad inicial de los proyectiles. Consiste en una bala de masa *m* y velocidad *v* que choca contra un bloque de masa *M* que cuelga del extremo de una cuerda, tal y como indica la figura siguiente:

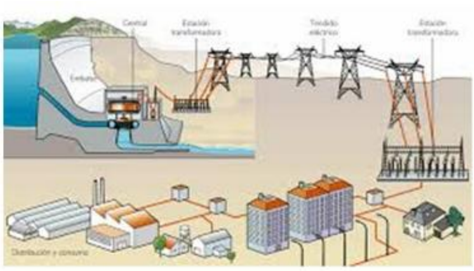


Se dispara un proyectil de 100 g horizontalmente sobre un bloque de 20 kg que cuelga del techo. Tras el impacto, el proyectil se aloja dentro del bloque y el conjunto oscila ascendiendo hasta 40 cm. Determina la velocidad del proyectil.

TEMA 5. CORRIENTE ELÉCTRICA CONTINUA







1. LA CORRIENTE ELÉCTRICA

La **corriente eléctrica** se define como el **movimiento o flujo de cargas** eléctricas a través de un medio conductor.

El tipo más frecuente de conductor es un metal que posee electrones libres. Por tanto **en un conductor metálico**, se llama **corriente eléctrica** al movimiento de electrones de un extremo a otro del conductor

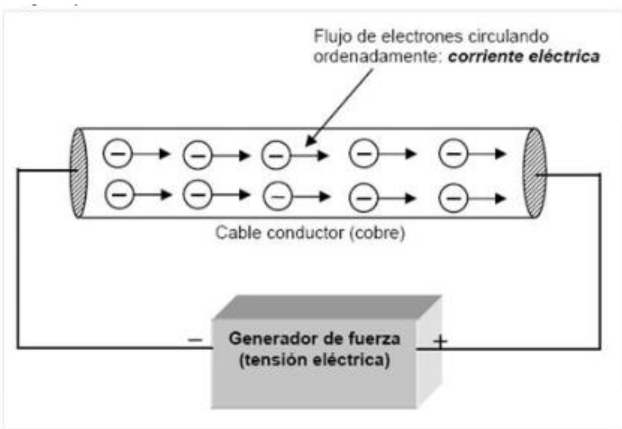


Figura 5.1

La corriente eléctrica a través de un conductor puede ser de dos tipos: **corriente continua (c.c.)** (objetivo de estudio de este tema) **y corriente alterna (c.a.).**

La **corriente continua (cc)** es aquella en la que el sentido del movimiento de los electrones es siempre el mismo. La **corriente alterna (ca)** es aquella en la que el movimiento de los electrones va cambiando continuamente y periódicamente de sentido (en realidad los electrones están sometidos a un movimiento oscilatorio).

2. MAGNITUDES CARACTERÍSTICAS DE UNA CORRIENTE ELÉCTRICA CONTINUA.

Las magnitudes características de una corriente eléctrica continua a través de un conductor metálico son:

- La diferencia de potencial (ddp), llamada también tensión o voltaje (ΔV o V).
- La fuerza electromotriz (f.e.m.)
- La intensidad de corriente eléctrica (I).
- La resistencia (R).

2.1 DIFERENCIA DE POTENCIAL ELÉCTRICO (VOLTAJE O TENSIÓN)

Para que exista una corriente eléctrica a través de un conductor, es decir, para que haya un flujo constante de electrones desde un extremo al otro del conductor, es necesario mantener una diferencia de electrones entre los dos extremos. Esa diferencia de electrones (nivel de carga) se denomina **diferencia de potencial (ddp), voltaje o tensión**.

Comentarios:

1º.- La diferencia de potencial (ddp), voltaje o tensión se representa por **ΔV** o simplemente **V**.

2º.- La diferencia de potencial (ddp), voltaje o tensión es una magnitud física escalar y derivada.

3º- En el SI se mide en **voltios** (V).

4º.- A través del conductor, el movimiento de los electrones se realiza desde el extremo de menor potencial eléctrico hasta el extremo de mayor potencial eléctrico.

5º.- La **diferencia de potencial** entre dos puntos es el trabajo (energía) necesario para transportar la unidad de carga eléctrica (1 C) de un punto al otro.

6º.- La diferencia de potencial se mide utilizando un aparato denominado ***voltímetro*** que debe conectarse en **paralelo** con el circuito.

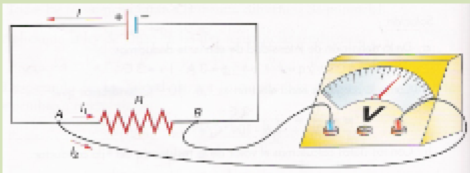


Figura 5.2

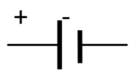
2.2 FUERZA ELECTROMOTRIZ (GENERADOR DE CORRIENTE CONTINUA)

Para mantener la diferencia de potencial entre los extremos de un conductor, y evitar que todos los electrones se acumulen en el extremo de mayor potencial eléctrico, es necesario disponer de un dispositivo que proporcione energía a los electrones que van llegando y los “bombee” de nuevo al otro extremo del conductor, para que de esta forma se mantenga la corriente eléctrica.

A este dispositivo se le denomina **GENERADOR DE CORRIENTE ELÉCTRICA.** Y puede ser una pila, un acumulador, una dinamo, un alternador,….

Este generador debe ser capaz de proporcionar la fuerza necesaria para mantener dicha diferencia de potencial. Esta fuerza se llama **fuerza electromotriz** (**f.e.m.**), se representa como ε y se mide en voltios (V). La **fuerza electromotriz** es la energía que consume un generador para transportar la unidad de carga de un polo al otro, con el fin de mantener la diferencia de potencial que existe entre ellos.

El generador de corriente continua se representa mediante dos barras o rayas paralelas de distinta longitud a los que se les denomina **polos, terminales o bornes**: la más larga indica el **POLO, TERMINAL O BORNE POSITIVO** y es donde hay mayor potencial eléctrico, la barra más corta es el **POLO, TERMINAL O BORNE NEGATIVO** y es donde hay menor potencial eléctrico:



En el interior del conductor metálico los electrones se mueven desde el polo negativo al polo positivo pero, dentro del generador, los electrones son promocionados desde el polo positivo al negativo.

2.3 INTENSIDAD DE CORRIENTE ELÉCTRICA

Para cuantificar a la corriente eléctrica se utiliza una magnitud física denominada **INTENSIDAD DE CORRIENTE ELECTRICA (I).**

La **intensidad de corriente eléctrica, I,** que circula por un conductor es la cantidad de carga, Q, que atraviesa cualquier sección del conductor por unidad de tiempo, t.

$$\boxed{I = \frac{Q}{t}} \qquad [5.1]$$

Q es la carga eléctrica y se mide en culombios (C)
t es el tiempo que tarda la carga eléctrica Q en atravesar la sección del conductor.

Comentarios:

1º.- La intensidad de corriente es una magnitud física fundamental y escalar.

2º.- En el sistema internacional de unidades (SI) la intensidad de corriente se mide en culombios entre segundos. A esta unidad se le denomina **AMPERIO (A).**

3º.- Cuando por el circuito circule una intensidad de corriente eléctrica de 1 amperio, significa que la sección del conductor es atravesada por una carga de 1 culombio en 1 segundo.

4º.- El sentido de la corriente eléctrica es el sentido contrario al movimiento real de los electrones. Esto se debe a una confusión histórica: antes de descubrirse al electrón se pensaba que la corriente eléctrica en un conductor era debida a cargas positivas.

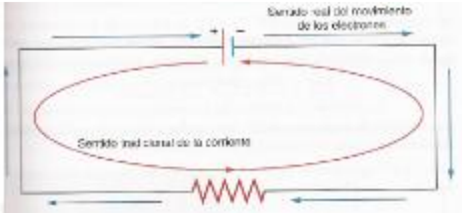


Figura 5.3

5º.- La intensidad de corriente se mide con un aparado de medida denominado amperímetro, que debe de conectarse en serie en el circuito.

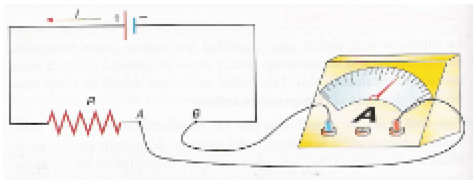


Figura 5.4

2.4 RESISTENCIA ELÉCTRICA

La resistencia eléctrica, R, de un conductor es la magnitud que mide la dificultad (oposición) que presenta un material al paso de la corriente eléctrica.

Experimentalmente se ha comprobado que la resistencia de un conductor metálico depende de tres factores: la naturaleza del conductor, la longitud del conductor y el grosor del conductor. Esta dependencia se recoge en la siguiente fórmula:

$$\boxed{R = \rho \frac{L}{S}} \qquad [5.2]$$

Siendo:

L: la longitud del conductor (m)

S: la sección del conductor (m^2)

ρ: una constante característica de cada material que depende de la temperatura y que se denomina resistividad (Ω.m).

Comentarios:

1º.- La resistencia eléctrica es una magnitud física escalar y derivada que en el SI de unidades se mide en **ohmios** (Ω)

2º.- La resistencia eléctrica de un conductor es directamente proporcional a su longitud e inversamente proporcional a su sección o grosor.

3º.- La resistencia eléctrica, depende de la resistividad del material (**ρ**). Es una propiedad característica de cada material, que depende de la temperatura, e indica el grado de dificultad que el material opone a la circulación de la corriente eléctrica, de modo que, los mejores conductores serán aquellos con una resistividad menor. A modo de ejemplo en la siguiente tabla se encuentra las resistividades de diferentes materiales a 20ºC

Resistividad ρ (Ω.m) de algunos materiales a temperatura de 20ºC

CONDUCTORES				**SEMICONDUCTORES**	
Metales	Plata (Ag)	$1,59.10^{-8}$		Grafito	$3,5.10^{-5}$
	Cobre (Cu)	$1,72.10^{-8}$		Germanio	0,60
	Oro (Au)	$2,44.10^{-8}$		Silicio	2300
	Aluminio (Al)	$2,82.10^{-8}$			
	Wolframio (W)	$5,51.10^{-8}$		**AISLANTES**	
	Plomo (Pb)	22.10^{-8}		Ámbar	5.10^{14}
	Mercurio (Hg)	95.10^{-8}		Vidrio	10^{10}-10^{14}
				Mica	10^{11}-10^{15}
Aleaciones	Manganina (Cu-Mn-Ni)	$4,4.10^{-7}$		Madera	10^{8}-10^{14}
	Constantán (Cu-Ni)	$4,9.10^{-7}$			
	Nicrom (Ni-Cr)	1.10^{-6}			

4º.- En los metales, la resistividad aumenta con la temperatura, es decir, conducen mejor la corriente en frio que en caliente.

5º.- En los semimetales (Si, Ge, …), la resistividad disminuye con la temperatura, es decir, son mejores conductores en caliente que en frío.

6º.- Según el valor de su resistividad, los materiales se clasifican en **conductores**, **semiconductores** y **aislantes**.

- Los **conductores** son los de resistividad muy baja (0,01 < ρ < 1). Los más utilizados en la industria son el cobre y el aluminio.
- Los **semiconductores** son aquellos en los que la resistividad varía mucho en función de la temperatura. Los más usados en electrónica son el silicio y el germanio.
- Los **aislantes** son los que tienen valores altos de resistividad, como la baquelita o el vidrio.

8º.- La **superconductividad** es una propiedad que tienen cierto materiales y que consiste en una disminución brusca de su resistividad eléctrica hasta hacerse casi nula. Esto sucede por debajo de cierta temperatura denominada temperatura crítica. En 1911 se descubrió que el mercurio presenta este fenómeno a 4 K (-269,15 ºC).

9º.- Para representar a la resistencia eléctrica en un circuito, se utiliza uno de los dos símbolos siguientes:

3 LA LEY DE OHM

Hemos visto que para que circule corriente eléctrica por un conductor, es necesaria la existencia de una ddp constante entre sus extremos. Pues bien, el físico alemán G. S. Ohm (1787-1854) estudió la relación existente entre la intensidad de corriente que circula por un conductor y la diferencia de potencial a la que es sometido el conductor en sus extremos, y encontró que para los llamados materiales óhmicos esta relación es constante, es decir:

$$\frac{\Delta V_1}{I_1} = \frac{\Delta V_2}{I_2} = \frac{\Delta V_3}{I_3} = \frac{\Delta V_4}{I_4} = \ldots = cte = R$$

Esta constante es la resistencia, R, del conductor.

La relación anterior se conoce como **LEY DE OHM** y dice lo siguiente:

"La intensidad de corriente que circula por un conductor es directamente proporcional a la ddp entre los extremos del conductor e inversamente proporcional a su resistencia eléctrica."

$$\boxed{I = \frac{\Delta V}{R}} \qquad [5.3]$$

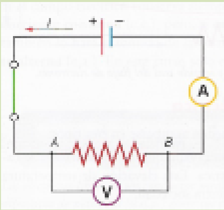


Figura 5.5

Ejemplo 1º

Calcula la intensidad de una corriente eléctrica sabiendo que en cuatro minutos ha pasado por el conductor una carga de 480 C. ***SOLUC:*** *2 A*

Ejemplo 2º

Calcula el número de electrones que han de atravesar cada sección del conductor si queremos una corriente eléctrica de 1 A. ***SOLUC:*** *$6{,}25.10^{18}$ electrones/s*

Ejemplo 3º

Un conductor de cobre es atravesado por $3{,}75.10^{17}$ electrones cada minuto. Calcula la intensidad de la corriente eléctrica que circula por el conductor. ***SOLUC:*** *1 mA*

Ejemplo 4º

Por un conductor circula una corriente eléctrica de 3 mA. Calcula cuántos electrones pasan por la sección del conductor en 10 s. ***SOLUC:*** *$1{,}87.10^{17}$ electrones*

Ejemplo 5º

Calcula la resistencia de un hilo de nicrom ($\rho = 10^{-6}\ \Omega.m$) en los casos siguientes:

a) Si tiene una longitud de 31,4 m y el radio de su sección mide 1 mm.
b) Si tiene una longitud de 62,8 m y el radio de su sección es de 1 mm.
c) Si tiene una longitud de 31,4 m y el radio de su sección es de $\sqrt{2}$ mm.
d) Si tiene una longitud de 62,8 m y el radio de su sección es de 2 mm.

SOLUC: *a) 10 Ω b) 20 Ω c) 5 Ω d) 5 Ω*

Ejemplo 6º

Disponemos de un rollo de hilo de aluminio y de otro rollo de constantán, ambos con el mismo grosor (diámetro de su sección 1 mm). Calcula las longitudes que hemos de tomar de cada hilo para conseguir en ambos casos una resistencia de 10 Ω.

SOLUC: *278,4 m de hilo de aluminio y 16 m de hilo de constantán*

Ejemplo 7º

Cuando un hilo de cobre se conecta a una pila de 12 V, por el hilo circula una corriente de 2 A. Calcula la resistencia del hilo. ***SOLUC:*** *6 Ω*

Ejemplo 8º

A) Halla la intensidad de una corriente eléctrica si por la sección del conductor han circulado 2400 C en 8 minutos.
B) ¿Qué resistencia presenta el hilo por el que ha circulado la corriente anterior si entre sus extremos hay una ddp de 24 V?

SOLUC: *a) 5 A b) 4,8 Ω*

Ejemplo 9º

Cuando a un hilo de constantán se conecta a una pila de 20 V, por el hilo circula una corriente de 5 A.

a) Calcula la resistencia del hilo.
b) Si el hilo tiene una longitud de 40 m, ¿cuál es el diámetro de su sección en mm?

SOLUC: *a) 4 Ω b) 2,5 mm*

Ejemplo 10º

Se ha preparado una resistencia de 3 Ω utilizando hilo de Cu de 0,5 mm^2 de sección.

a) Calcula la longitud del hilo necesaria.
b) Si por el hilo circula una corriente de 2 A, ¿cuál es la tensión entre sus extremos?

SOLUC: *a) 87,2 m b) 6 V*

Ejemplo 11º

Se sabe que un hilo conductor de 15 m de longitud y de 1 mm de radio de sección, tiene una resistencia de 0,3 Ω. Calcula que resistencia tendría un hilo de la misma sustancia de 450 m de longitud si el radio de su sección es de 0,3 mm.

SOLUC: *100 Ω*

4 ASOCIACIÓN DE RESISTENCIAS

En los circuitos eléctricos se utilizan conductores de muy baja resistividad, pero a veces interesa aumentar la dificultad al paso de la corriente. Para ello se intercalan en el circuito componentes que ofrecen una resistencia eléctrica determinada, llamados resistencias o resistores.

Puede ocurrir que necesitemos una resistencia de un valor determinado y no dispongamos de ella. En este caso, colocaremos una asociación de varias resistencias de modo que entre todas den una **resistencia equivalente** a la deseada.

Hay tres formas de colocar a las resistencias en un circuito: **asociación en serie, asociación en paralelo o derivación y asociación mixta.**

4.1 ASOCIACIÓN DE RESISTENCIAS EN SERIE

Dos o más resistencias están **conectadas en serie** cuando van intercaladas en el circuito una a continuación de la otra, es decir, la salida de una está conectada a la entrada de la otra.

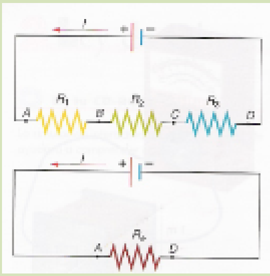


Figura 5.6

En este tipo de circuitos, hay que tener en cuenta los siguientes aspectos de las magnitudes fundamentales:

1) La *intensidad de corriente* es la misma en todos los elementos del circuito.

$$I_T = I_1 = I_2 = I_3 = \ .....$$

2) La *caída de tensión* en los extremos del circuito es igual a la suma de las caídas de tensión parciales de cada uno de los elementos:

$$\Delta V_T = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 + \ ....$$

3) La *resistencia equivalente* de un conjunto de resistencias conectadas en serie es la suma de las resistencias individuales:

$$\boxed{R_{eq.} = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots} \qquad [5.4]$$

4.2 ASOCIACIÓN DE RESISTENCIAS EN PARALELO O DERIVACIÓN

Dos o más resistencias están conectadas en paralelo o en derivación cuando todas las entradas están conectadas a un mismo punto y todas las salidas también están conectadas a un mismo punto del circuito.

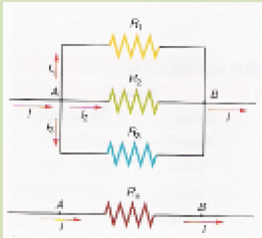


Figura 5.7

En este tipo de circuitos, hay que tener en cuenta los siguientes aspectos de las magnitudes fundamentales:

1) La *intensidad de corriente* es la suma de las intensidades parciales que circulan por cada uno de sus componentes:

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 + \ \ldots..$$

2) La *caída de tensión* en los extremos del circuito es la misma que entre los extremos de cada componente:

$$\Delta V_T = \Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V_3 = \ \ldots\ldots\ldots$$

3) La *resistencia equivalente* de un conjunto de resistencias conectadas en paralelo es la suma de las inversas de las resistencias individuales:

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq.}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots} \qquad [5.5]$$

4.3 ASOCIACIÓN MIXTA DE RESISTENCIAS

Es una combinación de agrupaciones en serie y en paralelo. Para resolver este tipo de circuitos y llegar a un circuito con una única resistencia, hay que distinguir las partes conectadas en serie y en paralelo, resolverlas individualmente (basándose en los criterios anteriores) y finalmente resolver el circuito resultante.

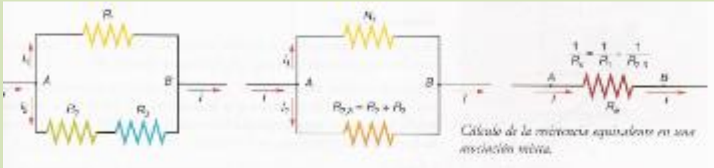


Figura 5.8

5 CIRCUITOS ELÉCTRICOS DE C. C.

Un circuito eléctrico está formado por la interconexión de diferentes componentes eléctricos, los cuales pueden estar conectados en serie y/o paralelo.

Los componentes más usuales en un circuito de c. c. son los que se detallan en el siguiente esquema junto a los símbolos que se utilizan para representarlos:

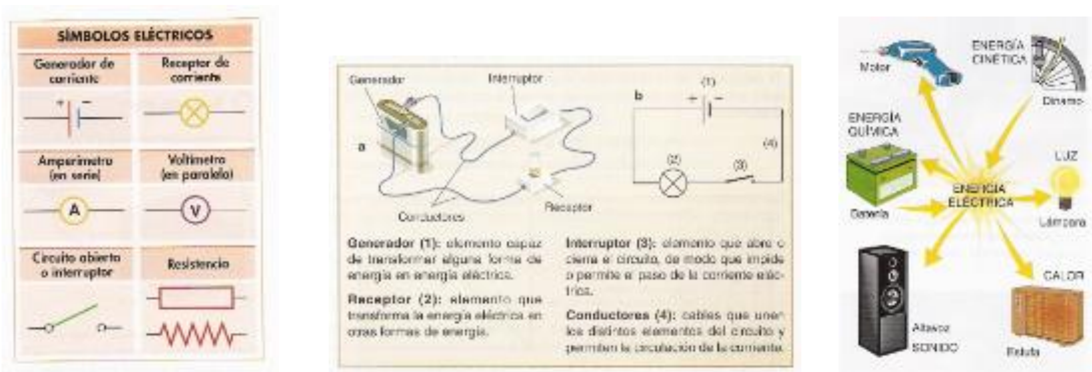


Figura 5.9

Ejemplo 12º

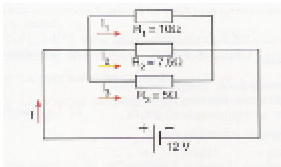
En el circuito siguiente calcula:

a) La resistencia equivalente.
b) La intensidad de corriente que circula por el circuito.
c) La ddp en los extremos de cada resistencia.

SOLUC: *a) 56 Ω b) 2,5 A c) $\Delta V_1 = 20$ V $\Delta V_2 = 30$ V $\Delta V_3 = 37{,}5$ V $\Delta V_4 = 52{,}5$ V*

Ejemplo 13º

En el circuito siguiente calcula:



a) La resistencia equivalente.
b) La intensidad de corriente que circula por el circuito.
c) La intensidad de corriente que circula por cada resistencia.

SOLUC: *a) 2,3 Ω b) I = 5,2 A c) $I_1 = 1{,}2$ A $I_2 = 1{,}6$ A $I_3 = 2{,}4$ A*

Ejemplo 14º

Cuatro resistencias de 1 Ω, 3 Ω, 5 Ω y 7 Ω se conectan en serie con un generador que proporciona una tensión de 120 V. Calcular:

a) La resistencia equivalente.
b) La intensidad de corriente que circula por el circuito.
c) La ddp en los extremos de cada resistencia.

SOLUC: *a) 16 Ω b) 7,5 A c) $\Delta V_1 = 7{,}5$ V $\Delta V_2 = 22{,}5$ V $\Delta V_3 = 37{,}5$ V $\Delta V_4 = 52{,}5$ V*

Ejemplo 15º

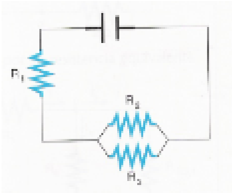
Se asocian tres resistencias de 9 Ω, 18 Ω y 6 Ω en paralelo y se aplica una tensión de 18 V a los extremos. Calcular:

a) La resistencia equivalente.
b) La intensidad de corriente que circula por el circuito.
c) La intensidad de corriente que circula por cada resistencia.

SOLUC: *a) 3 Ω b) I = 6 A c) $I_1 = 2$ A $I_2 = 1$ A $I_3 = 3$ A*

Ejemplo 16º

En el circuito de la figura R_1 = 10 Ω, R_2 = 4 KΩ y R_3 = 6 Ω y están conectadas a un generador de 40 V de tensión. Calcula:



a) La resistencia equivalente.
b) La intensidad de corriente que circula por el circuito.
c) La caída de tensión en cada una de las resistencias.
d) La intensidad de corriente que circula por cada resistencia.

SOLUC: *a) 12,4 Ω b) I = 3,23 A c) ΔV_1 = 32,3 V ΔV_2 = 7,7 V ΔV_3 = 7,7 V d) I_1 =3,23 A I_2 =1,93 A I_3 = 1,28 A*

Ejemplo 17º

Dos resistencias en paralelo, R_1 = 100 Ω y R_2 = 2 KΩ, están conectadas en serie con una tercera, R_3 = 750 Ω, y conectadas a un generador de 230 V de tensión. Calcula:

a) La resistencia equivalente.
b) La intensidad de corriente que circula por el circuito.
c) La caída de tensión en cada una de las resistencias.
d) La intensidad de corriente que circula por cada resistencia.

SOLUC: *a) 845,2 Ω b) I = 0,272 A c) ΔV_1 = 26 V ΔV_2 = 26 V ΔV_3 = 204 V d) I_1 = 0,26 A I_2 = 0,013 A I_3 = 0,272 A*

6 ESTUDIO ENERGÉTICO DE UN CIRCUITO.

6.1 ENERGÍA Y POTENCIA DE LA CORRIENTE ELÉCTRICA

Al establecer una corriente eléctrica en un circuito, esta corriente eléctrica posee una energía que es la energía eléctrica. Se puede demostrar que la energía eléctrica disponible en un circuito viene dada por la siguiente expresión:

$$\boxed{E = Q.\Delta V \overset{I=\frac{Q}{t}}{=} I.t.\Delta V}$$ [5.6]

En la práctica es más útil hablar de la potencia eléctrica de un circuito, que es la energía eléctrica disponible por unidad de tiempo:

$$\boxed{P = \frac{E}{t} = \frac{I.t.\Delta V}{t} = I.\Delta V}$$ [5.7]

Como podemos observar, la potencia eléctrica es directamente proporcional a la intensidad de la corriente y la ddp.

6.2 EFECTO JOULE

Todos los aparatos eléctricos conectados a un circuito se calientan después de funcionar un tiempo. Esto significa que tienen pérdidas de energía en forma de calor.

Las pérdidas o disipación de energía se producen porque los electrones en su movimiento a través del conductor, chocan con los átomos de este y ceden una parte de su energía a estos últimos.

El fenómeno por el cual en un conductor se transforma la energía eléctrica en energía calorífica se denomina **efecto Joule**.

Se puede demostrar que la energía eléctrica disipada en un circuito viene dada por la siguiente expresión:

$$\boxed{E = R.I^2.t} \qquad [5.8]$$

Igual que antes, en la práctica es más útil hablar de la potencia eléctrica disipada en una resistencia, que es la energía eléctrica disipada en la resistencia por unidad de tiempo:

$$\boxed{P = \frac{E}{t} = \frac{R.I^2.t}{t} = R.I^2} \qquad [5.9]$$

Como podemos observar, la potencia eléctrica disipada en una resistencia es directamente proporcional al cuadrado de la intensidad de la corriente que pasa por ella y a la propia resistencia.

Esto quiere decir que para minimizar las pérdidas energéticas en una determinada resistencia, R, lo que podemos hacer es hacer que disminuya la intensidad de la corriente que circulas por ella. Pero según la ecuación de la potencia eléctrica de un circuito, [5.11], una disminución de intensidad también supone una disminución en la potencia eléctrica disponible. Sin embargo este inconveniente se puede solucionar aumentando la tensión de la corriente que transportamos.

Ejemplo 18º

Una bombilla tiene una resistencia de 64 Ω. Calcular:

a) La potencia disipada por la bombilla si por ella circula una intensidad de 1,25 A.
b) ¿Cuánta energía disipa en una hora? Exprésala en KW.h.

SOLUC: a) 100 W b) $3,6.10^5$ J = 0,1 KW.h

Ejemplo 19º

Una bombilla tiene una resistencia de 40 Ω y se ha conectado durante 5 minutos a 220 V. Calcular:

a) La intensidad de corriente
b) La energía disipada por la bombilla por efecto Joule.

SOLUC: a) 5,5 A b) $3{,}63.10^{5}$ J

Ejemplo 20º

Una bombilla de incandescencia lleva la siguiente inscripción: 60 W, 125 V. Calcular:

a) Su resistencia.
b) La intensidad de la corriente que circula por ella.
c) La energía que consume en dos horas. Exprésala en J y en KW.h.

SOLUC: a) 260,4 Ω b) 0,48 A c) $4{,}32.10^{5}$ J = 0,12 KW.h

Ejemplo 21º

Al conectar una bombilla de 125 V, la intensidad de la corriente es de 0,48 A. Calcular:

a) La cantidad de carga que pasa por la bombilla en 3 minutos.
b) La potencia de la bombilla.

SOLUC: a) 86,4 C b) 60 W

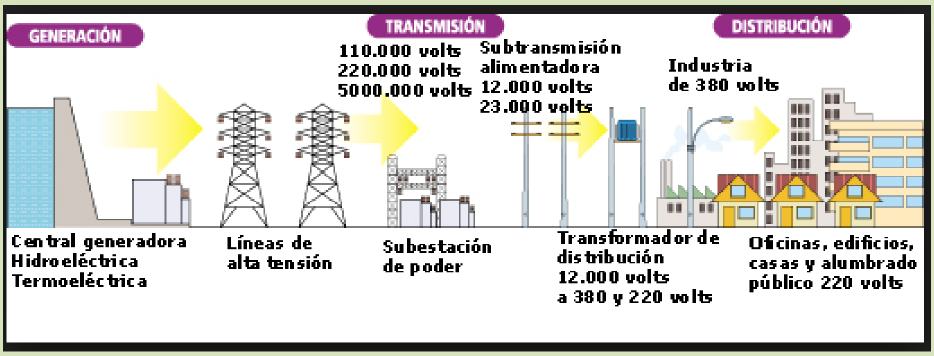
CIENCIA Y SOCIEDAD: La guerra de las corrientes

En la actualidad, desde el aparato electrodoméstico más pequeño hasta la industria más importante, todos los sectores de la sociedad dependen de la energía eléctrica para funcionar. Como sabemos, la corriente eléctrica se produce en las centrales térmicas, nucleares o hidroeléctricas. Esta corriente ha de ser transportada desde dónde se produce hasta donde se consume, y esto supone que tiene que recorrer grandes distancias. Hoy, la corriente que se produce en las centrales eléctricas es ca, y es la que se transporta. Pero, ¿fue siempre así?

A finales del siglo XIX el conocimiento sobre la electricidad había alcanzado cotas tan elevadas que, en 1882, las redes comerciales urbanas de corriente eléctrica continua se habían extendido como una novedosa y muy práctica forma de energía. Y todo ello, gracias a Thomas Alva Edison que fue su principal impulsor en América. Pero, la cc presenta un gran inconveniente: no sirve para transportar electricidad a grandes distancias puesto que se producen grandes pérdidas de energía en su transporte.

Sin embargo, la situación cambió en 1888 cuando el ingeniero serbio Nikola Tesla, que se había trasladado años antes a trabajar a las órdenes de Edison, diseñó un original sistema de transporte de electricidad: la corriente alterna.

De entrada Edison intentó demostrar que la ca entrañaba mucho más peligro que la cc, librándose una tremenda guerra sucia, sobre todo por parte de Edison. Pero, la compañía Westinghouse comenzó a poner en marcha los diseños de Tesla basados en ca. Y sólo 5 años después, las redes de cc se habían quedado obsoletas, aunque siguieron utilizándose durante décadas. Todavía, en el subsuelo de las grandes ciudades, yacen olvidadas las viejas líneas de cc.



Actividad 1ª

a) ¿Sabes cuál es la tensión que suministra la compañía eléctrica a tu hogar? ¿es continua o alterna?
b) ¿Qué clase de corriente genera una pila o una batería?
c) ¿Cuáles son las abreviaturas que se utilizan en inglés para la cc y para la ca? ¿De dónde proceden esas abreviaturas?

Actividad 2ª

¿Por qué la distribución de la corriente eléctrica no se hace en corriente continua?

Actividad 3ª

NAVEGANDO POR LA WEB:

¿Qué es un superconductor? Aplicaciones

En tu navegador de búsqueda de videos, teclea "¿qué es un superconductor?". Selecciona algunos de ellos y visualízalos. Haz un trabajo en el que se explique claramente que es la superconductividad, sus aplicaciones y los retos que aun no han sido resueltos.

Aquí tienes, como ejemplo, tres búsquedas:

https://www.youtube.com/watch?v=t9JF8LAIcxA

https://www.youtube.com/watch?v=2DJ0NLngfec

https://www.youtube.com/watch?v=NpbvtffgRKQ

CUESTIONES

Cuestión 1ª

Dos puntos A y B de un hilo metálico tienen potenciales de V_A = 5 V y V_B = 2 V y en el hilo se establece una corriente eléctrica. Responde razonadamente a las siguientes cuestiones:

a) ¿Los electrones se mueven de A a B o de B a A?
b) ¿La corriente eléctrica circula de A a B o de B a A?

Cuestión 2ª

El amperio por segundo (A.s), ¿es unidad de potencia, intensidad de corriente eléctrica, carga eléctrica o ddp?

Cuestión 3ª

Un hilo metálico tiene forma de cono. La resistencia del hilo, ¿es igual en cualquier parte del hilo?

Cuestión 4ª

La resistividad de un material, ¿es tanto mayor cuanto mejor conductor es, o tanto menor cuanto mejor conductor es?

Cuestión 5ª

En un circuito existen dos resistencias en derivación. ¿Pasará mayor intensidad por la de mayor resistencia o por la de menor resistencia?

Cuestión 6ª

Con cuatro resistencias iguales de 1 Ω cada una, ¿cuál la resistencia máxima que se puede conseguir al asociarlas? ¿Y la mínima? ¿Cómo habría que asociarlas?

PROBLEMAS

Problema 1º

La intensidad de la corriente que atraviesa un conductor es de 5 A. Calcula la carga que atraviesa su sección en 2 s. **SOLUC:** 10 C

Problema 2º

Un conductor tiene una resistencia de 4 Ω. Calcula la ddp entre sus extremos cuando lo atraviesa una intensidad de 2 A. **SOLUC:** 8 V

Problema 3º

Cuatro resistencias de 1 Ω, 3 Ω, 5 Ω y 7 Ω se conectan en serie con un generador que proporciona una tensión de 120 V. Calcula:

a) La resistencia equivalente.
b) La intensidad de corriente que circula por el circuito.
c) La diferencia de potencial entre los extremos de cada resistencia.

SOLUC: a) 16 Ω b) 7,5 A c) 7,5 V; 22,5 V; 37,5 V; 52,5 V

Problema 4º

Tres resistencias de 10 Ω, 7,5 Ω y 5 Ω se conectan en paralelo con un generador que proporciona una tensión de 12 V. Calcula:

a) La resistencia equivalente del circuito.
b) La intensidad de corriente que circula por cada resistencia.

SOLUC: a) 2,3 Ω b) I_1 = 1,2 A; I_2 = 1,6 A; I_3 = 2,4 A

Problema 5º

Una resistencia R_1 = 4 Ω está conectada en serie a otras dos R_2 = 3 Ω y R_3 = 6 Ω, las cuales están en paralelo, con un generador que proporciona una tensión de 9 V. Calcula:

a) La resistencia equivalente.
b) La intensidad de corriente que circula por el circuito.
c) La intensidad de corriente que circula por la resistencia de 3 Ω
d) La diferencia de potencial entre los extremos de R_1

SOLUC: a) 7 Ω b) 1,29 A c) 0,86 A d) 5,16 V

Problema 6º

Un conductor cilíndrico de 50 m de longitud y 1 mm de radio tiene una resistencia de 10 Ω. Calcula su resistividad.

SOLUC: $\rho = 6{,}28.10^{-7}$ Ω.m

Problema 7º

Un conductor cilíndrico de 600 m de longitud y una resistividad de 2.10^{-8} Ω.m. Calcula el diámetro del conductor.

SOLUC: diámetro = 0,874 mm

Problema 8º

Un alambre tiene 25 m de longitud 2 mm^2 de sección y o,5 Ω de resistencia. Calcular la resistencia de otro alambre del mismo material de 40 m de longitud y 1,6 mm^2 de sección.

SOLUC: 1 Ω

Problema 9º

Las indicaciones de una plancha son: 500 w 250 V. Calcular con estos datos:

a) La resistencia eléctrica de la plancha.
b) La intensidad de la corriente al conectarla en una red de 220 V.
c) La potencia que consume al conectarla a 220 V.
d) La energía, en kw.h, tomados de la red durante un mes (30 días) si funciona 4 horas diarias de media.

SOLUC: a) R = 125 Ω b) I = 1,76 A c) P = 387,2 w d) 46,5 kw.h

Problema 10º

Calcula la energía disipada por un conductor de resistividad de $1{,}5.10^{-8}$ Ω.m, 60 m de longitud y sección transversal de 1,5 mm^2, cuando se conecta durante un cuarto de hora a un generador de 120 V. Exprésala en J y en kw.h.

SOLUC: $2{,}16.10^{7}$ J = 6 kw.h